PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

MARCELO TADEU DOS SANTOS

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS E GEOMETRIA DINÂMICA – O TRABALHO EM GRUPO NA APRENDIZAGEM DE CONCEITOS

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

SÃO PAULO

2012

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

MARCELO TADEU DOS SANTOS

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS E GEOMETRIA DINÂMICA – O TRABALHO EM GRUPO NA APRENDIZAGEM DE CONCEITOS

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

SÃO PAULO

2012

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

MARCELO TADEU DOS SANTOS

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS E GEOMETRIA DINÂMICA – O TRABALHO EM GRUPO NA APRENDIZAGEM DE CONCEITOS

Trabalho final apresentado à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**, sob a orientação da Profa. Dra. Laurizete Ferragut Passos.

SÃO PAULO

2012

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ______________________ Local e Data: ______________________

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao meu filho, Guilherme Alexandre Lombardi dos Santos, a minha querida mãe Margarida Rosa dos Santos, ao meu pai Geraldo Tadeu dos Santos pelo apoio e por acreditar na minha capacidade. Aos meus avós paternos, Geraldo dos Santos e Geraldina Lima dos Santos e aos meus avós maternos Álvaro Martins e Silvina Rodrigues Martins, em memória.

MUITO OBRIGADO!.

O autor.

AGRADECIMENTOS

A mim pela coragem, determinação e perseverança que apresentei durante a realização deste curso.

A Profª Drª Laurizete Ferragut Passos pela excelente orientação, paciência e atenção.

Aos meus pais, Geraldo Tadeu dos Santos e Margarida Rosa dos Santos e ao meu filho Guilherme Alexandre Lombardi dos Santos por apostarem na minha vitória.

Aos professores do programa, em especial à Profª Drª Celina Abar por todo conhecimento e compromisso que demonstrou em suas aulas, possibilitando uma apropriação consciente e sólida dos conceitos por ela apresentados.

A Profª Drª Ana Lucia Manrique e a Profª Drª Sandra Maria Pinto Magina pelo fato de que fui aluno delas na graduação, no final dos anos 1990 e, depois de tanto tempo, fui premiado por ser aluno delas mais uma vez, o que deixa claro o comprometimento e seriedade apresentada por estas profissionais.

A todos os meus familiares que sempre foram exemplos a ser seguido.

Ao Profº Paulo Avelino pelo apoio, a mim oferecido, no decorrer do curso.

A todas as pessoas que, de forma explícita ou implícita, auxiliaram através de diferentes maneiras para que eu chegasse até aqui;

Ao Instituto Educacional Cândido Portinari por permitir a realização da pesquisa com alunos pertencentes ao seu quadro discente e em suas dependências físicas.

A Secretaria da Educação de São Paulo que proporcionou o meu crescimento profissional através do programa bolsa mestrado.

A DEUS, por tudo que ocorreu durante esta trajetória.

MUITO OBRIGADO!

O autor

RESUMO

Esta pesquisa descreve uma investigação de caráter qualitativo. O tema está fundamentado na teoria do modelo do pensamento geométrico do casal van Hiele e pressupostos relativos ao emprego de estratégias pedagógicas mediadas por tecnologias para a aprendizagem de geometria. A proposta visa possibilitar aos alunos do nono ano do ensino fundamental reforçar conceitos prévios e construir novos conceitos sobre o tema Semelhança de Triângulos. Para isso, utilizou-se o software de geometria dinâmica GeoGebra. O estudo abrangeu as seguintes etapas; a primeira foi a definição de um grupo de discussões e estudos, através de sorteio, entre os alunos voluntários da série pesquisada; a segunda etapa foi a apresentação, aos alunos de fichas de exercícios sobre o tema Semelhança de Triângulos cuja resolução envolvia apenas a utilização de materiais manipuláveis(régua, compasso, etc.). Por fim, foi proposta a resolução dos mesmos exercícios com a utilização do conjunto de conceitos, prévios e adquiridos, através da aplicação dos mesmos no software de geometria dinâmica GeoGebra. O estudo permite considerar que a intervenção da geometria dinâmica pode auxiliar os estudantes a superar vários problemas encontrados e a compreensão e apropriação dos conceitos e a autonomia para trilhar caminhos próprios poderão ser favorecidos pela proposta do trabalho em grupo.

Palavras Chave: Semelhança de Triângulos; Geometria Dinâmica; Trabalho em Grupo.

ABSTRACT

This research describes a qualitative research. The theme is based on model theory of geometric thought the couple's van Hiele and assumptions relating to the use of technology-mediated instructional strategies for learning geometry. The proposal aims to enable students of the ninth year of elementary school reinforce preconceptions and build new concepts on the topic similarity of triangles. For this, we used the dynamic geometry software GeoGebra. The study included the following steps: the first was the definition of a group of studies and discussions, by lottery among the student volunteers searched the series, the second step was the presentation of tokens students exercise on the theme of Likeness triangles whose solution involved only the use of manipulatives (ruler, compass, etc.). Finally, it was proposed to solve the same exercises using the set of concepts, and previous acquired through the application of the same dynamic geometry software GeoGebra. The study to suggest that the intervention of dynamic geometry can help students overcome various problems encountered and understanding and appropriation of concepts and autonomy to tread their own paths may be favored by the proposal of group work.

Keywords: Similarity of Triangles; Dynamic Geometry; Group Work

Sumário

Sumário de Figuras

ABREVIAÇÕES E SIGLAS UTILIZADAS:

G.D.: Geometria Dinâmica;

MEC: Ministério da Educação e Cultura;

PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais;

PLDEF: Programa do Livro Didático do Ensino Fundamental;

PNLA: Programa Nacional do Livro Didático para Jovens e Adultos;

PNLD: Programa Nacional do Livro Didático;

PNLEM: Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio;

TICs: Tecnologias da Informação e Comunicação

APRESENTAÇÃO

1- TRAJETÓRIA PESSOAL

Esta pesquisa surgiu do interesse pela disciplina de matemática, despertado quando ingressei no ensino superior, em um curso distinto, na área de ciências humanas - o curso de Biologia na UNICID (Universidade Cidade de São Paulo). Naquele momento, o objetivo era terminar o curso e, posteriormente cursar uma especialização na área de oceanografia.

Certo dia entra um senhor de baixa estatura, com bigode comprido e bem aparado, com nome de André e se apresentou como professor de matemática. Esse professor mudou meu objetivo inicial pela oceanografia e me conduziu para a matemática. Suas aulas exatas, elaboradas de forma simples e dinâmicas, despertaram em mim a compreensão de um conceito renovado da matemática, motivo que acendeu, posteriormente, minha determinação em exercer a profissão de professor de matemática.

Naquela época, era permitido aos estudantes de licenciatura que partir do quarto semestre, lecionar certas disciplinas, de acordo com o curso. Fui lecionar Química em uma escola da rede estadual de São Paulo. No ano seguinte lecionei Física e, no ano de 1995 comecei a lecionar Matemática. Lembrava-me sempre do professor André. Então aquela paixão que estava contida manifestou-se e foi crescendo uma sensação saudável e prazerosa de ser professor dessa disciplina. Através desta paixão decidi mudar meu objetivo inicial e busquei o curso de Licenciatura em Matemática na PUC-SP no ano de 1997. Tornei-me, então, professor dessa disciplina. Logo prestei um concurso da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, realizado no ano de 1998. Fui aprovado e exerço atualmente o cargo de Professor Efetivo de Matemática para o ensino fundamental II e para o ensino médio. Sempre em busca de conhecimentos e progresso cultural e profissional decidi ir além e sou aluno do curso de Mestrado

Profissional nessa mesma Universidade.

2. COMO SURGIU A ESCOLHA DO TEMA

A escolha do tema “A semelhança de triângulos e geometria dinâmica e a aprendizagem dos conceitos num trabalho em grupo” está atrelada a um fato do cotidiano familiar. É dele que surgem minhas primeiras inquietações com a problemática escolhida. Tenho um filho de 14 anos e, em um domingo estávamos em um parque na zona leste de São Paulo e ele empinava uma “pipa”. De forma rude, puxava, batia no chão, enfim, tratava sem o menor cuidado, até quebra-lo por inteiro. Ele chega perto e me pede dinheiro para comprar outra. Eu disse que não ia dar. Lancei um desafio para que ele mesmo construísse uma. Peguei um pedaço de bambu, ensinei- o como moldar as varetas, alinhavar a estrutura e revestir esta com papel de seda. Quando terminou, ele me disse “É difícil né, pai!” e começou a valorizar suas pipas, arrumar as danificadas, entender as funções de cada parte, individual e na formação do todo, porque havia se apropriado do processo de construção de cada uma delas. Percebi ali que ao realizar os processos de construção, manipulação e finalização, por inteiro, é possível uma aprendizagem e compreensão mais clara da função e relação da importância que cada parte representa para o todo.

Esse fato fortaleceu o desafio de ensinar aos alunos como construir figuras e formas, na área da geometria, utilizando materiais manipuláveis. A partir da hipótese de que é possível desenvolver um trabalho integrado entre disciplinas que motive e possibilite a apropriação dos conceitos do tema semelhança de triângulos, provocando seu perfil crítico e suas potencialidades criativas através da interação do conteúdo apresentado no livro didático, materiais manipuláveis e a geometria dinâmica. Surge então o objetivo deste trabalho que é a realização de uma sequência didática que possibilite a interação entre a apresentação do conteúdo semelhança de triângulos no livro, construções geométricas com materiais manipuláveis e a geometria dinâmica em um trabalho em grupo. Esse objetivo surgiu a partir de duas questões de pesquisa:

Como realizar um trabalho colaborativo que envolva os conteúdos apresentados nos livros didáticos sobre o tema semelhança de triângulos com materiais manipuláveis e a geometria dinâmica?

Quais desafios são apresentados pelos alunos ao realizarem atividades em grupo a partir do tema semelhança de triângulos?

Essas questões de pesquisa concretizaram-se ainda mais a partir da distribuição gratuita de materiais manipuláveis na maior parte das escolas estaduais de São Paulo. A intenção é que os alunos tenham a possibilidade de desenvolver trabalhos diversos, inclusive na área de geometria, mas muitos alunos não conhecem as funções, propriedades e possibilidades que aquele material oferece. Teve início um trabalho, com os próprios alunos, construindo figuras, ângulos, polígonos entre outros elementos possibilitando ao aluno perceber algumas funções, utilidades e características daquilo que ele mesmo elaborou, pensou e construiu.

Estas ações ofereceram- lhes a possibilidade de entender o porquê e como os conceitos geométricos são utilizados. Os resultados foram positivos. No entanto, algumas dificuldades semelhantes foram percebidas, no momento em que polígonos deveriam ser comparados. As posições estáticas que muitos livros didáticos apresentam, mostrou-se como um obstáculo para diversos alunos de séries diferentes, por isso o desafio tem sido justamente verificar quais as possibilidades de facilitar a apropriação dos conceitos geométricos partindo da interação entre as construções geométricas utilizando materiais manipuláveis e a geometria dinâmica, utilizando as mesmas ferramentas, mas com a possibilidade de movimentação dos polígonos.

3- UM POUCO DE HISTÓRIA

Para realizar esta pesquisa foi necessário conhecer um pouco da história da geometria, pela importância que exerceu e ainda exerce na evolução da humanidade. Antes mesmo da criação da escrita, às margens do rio Nilo, no Egito, os conhecimentos sobre ela já eram necessários em função das épocas de cheias do rio, situações em que suas margens e seus vales eram inundados, o que causava muito transtorno. O Egito é uma estreita faixa de terra ao longo do rio Nilo e, devido a sua posição geográfica privilegiada, possibilitava a população desfrutar de diversos recursos para a lavoura e pecuária. Por ser uma região agrícola, a demarcação de terrenos era fundamental e, a cada nova cheia, as marcações ficavam submersas ou eram apagadas, exigindo um método mais abstrato de marcação. A partir dessas necessidades o homem passou a utilizar recursos geométricos para definir objetos, formas, construções, etc.

Questionamentos sobre a origem do universo; sobre a validade de propriedades dos números e das figuras geométricas eram motivos de debates constantes entre os homens. Nesse clima cultural viveu Tales de Mileto (640- 564 a. C.) (ZANIRATO, 2009).

O autor ainda afirma que Tales era um comerciante que viajou pela Grécia, norte da África e Oriente. Teve contato com diversos saberes das civilizações do Egito e da Mesopotâmia, adquirindo conhecimentos básicos sobre Astronomia, Aritmética e Geometria, indo além das especulações de ordem prática.

Segundo Zanirato (2009), Tales utilizou esses conhecimentos adquiridos durante suas viagens para realizar um fato marcante. Em certa ocasião ele foi convidado pelo Rei Amasis para visitar as pirâmides, no Egito. Nessa visita ele prontificou-se a medir a altura da pirâmide de Quéops, através dos conhecimentos geométricos sobre semelhança de triângulos. Utilizando um bastão e a luz solar, aguardou o momento em que a medida da sombra do bastão fosse igual à altura dele. Nesse mesmo instante foi medido o comprimento da sombra da pirâmide e adicionado à metade do comprimento da sua base. Esse procedimento resultou na medida da altura da pirâmide. O Rei Amasis ficou perplexo e Tales foi reconhecido, respeitado e admirado como Filósofo, Matemático e Astrônomo. Ele foi o primeiro grego a desenvolver a geometria de uma forma abstrata, desvinculando-a de qualquer aplicação prática.

Após esses fatos, em uma ilha de pescadores no mar Egeu chamado Samos, nasceu Pitágoras (586- 500 a. C.) que viajou pelo Egito, estudando e praticando alguns conceitos da geometria. Passou também pela Mesopotâmia e possivelmente pela Índia, locais que lhe possibilitaram desenvolver estudos Matemáticos, Astronômicos e Religiosos. Após vários anos retornou a Samos e colocou em prática seus conhecimentos e, em uma colônia grega chamada Crotona, local favorável para desenvolver e multiplicar seus conhecimentos. Por volta do século V a. C. fundou uma escola destinada aos estudos da Filosofia, Religião, Ciências Naturais e Matemática. A educação grega começava a valorizar o ensino da leitura e da escrita aos filhos dos aristocratas, mas a atemática só veio ganhar espaço significativo no século seguinte, através do raciocínio abstrato e busca de respostas para questões relacionadas à origem do mundo. Essa concepção estabeleceu para a disciplina uma base racional. Surgiram então as primeiras propostas pedagógicas para o ensino de matemática, com os sofistas, considerados profissionais do ensino (ZANIRATO, 2009).

Segundo D. Ambrósio (1998), no século IV a. C. a educação era clássica e enciclopédica e o ensino de matemática estava reduzido a contar números naturais e cardinais, fundamentados na memorização na repetição. Neste período surge, no Egito, a biblioteca de Alexandria, que era composta por grandes sábios, entre eles o grego Euclides, um professor distinto, que cooperou de forma significativa para o ensino e a aprendizagem de matemática, principalmente para a área de geometria, com a obra Os Elementos. Esta obra apresenta a base do conhecimento matemático por meio de axiomas e postulados contemplando a geometria plana.

A influência dessa obra foi tão grande que, durante 1500 anos poucos progressos aconteceram e, em meados de 1600, após a obra de Euclides, um matemático francês chamado René Descartes apresentou uma verdadeira inovação na área de geometria ao defender que existia uma relação mais próxima entre as figuras geométricas e alguns cálculos matemáticos, denominada Geometria Cartesiana, a qual apresenta muitos cálculos algébricos e hoje são conhecidos como Geometria Analítica que possibilitou a resolução, com maior facilidade, alguns problemas muito difíceis utilizando a geometria euclidiana. O novo método apresentado por Descartes, por exemplo, permite que o computador represente e lhe possibilite movimentos. Descartes, com sua apresentação da geometria projetiva (perspectiva) e Monge com apresentação da geometria descritiva mostram, pela primeira vez após vários séculos, verdadeiras geometrias alternativas à geometria euclidiana. Estas alternativas geométricas não alteraram os princípios geométricos (D. AMBRÓSIO 1998).

O matemático português José Anastácio da Cunha, em meados dos anos 1700 escreveu um tratado de geometria no qual, a exemplo de Euclides, sintetizou os conhecimentos da época sobre geometria. No final do século passado, um matemático alemão chamado David Hilbert escreveu um livro com intitulado Fundamentos da Geometria no qual coloca bases rigorosas e modernas que gerou grandes progressos na geometria e, com isso, hoje são utilizados métodos diversos para resolução de problemas difíceis e interessantes.

Segundo Sório (2004), é importante destacar que no Brasil, com a chegada da corte portuguesa em 1808, teve início o ensino de matemática por meio de escolas técnico-militares. Até o ano de 1837, a matemática era dividida em quatro áreas de conhecimento: Aritmética; Álgebra; Geometria e Matemática (que incorporava a trigonometria).

Em seu trabalho, Alvarez (2004) afirma que, no início de 1838, foi inaugurado o Colégio Pedro II e seu primeiro diretor foi o professor e catedrático Euclides Roxo. Nesse colégio foi instituído um padrão nacional para os demais ginásios existentes no país e pretendia ser o primeiro a seguir as intenções governamentais destinadas ao ensino secundário.

Alvarez (2004) continua com o relato que, entre os anos de 1890 a 1925, as reformas educacionais realizadas no Brasil não trouxeram resultados significativos para o ensino secundário. Este período permaneceu com caráter eletista, o qual preparava o indivíduo apenas para ingressar no ensino superior.

Só no ano de 1928, a congregação do Colégio Pedro II propôs ao Conselho Nacional de Ensino algumas mudanças no ensino de Matemática e na seriação do curso secundário, na qual passou a ter cinco anos seguidos, com o acréscimo de mais um ano, chamado de curso suplementar. Essas mudanças foram legalizadas no ano de 1929, no dia 15 de janeiro, com a criação do Decreto 18.564, conhecida como Reforma Francisco Campos (Ministro da Educação na época). Essa reforma tem como um dos fatores de maior expressão, a criação de uma nova disciplina chamada Matemática, que nada mais era do que a fusão de três disciplinas já existentes, a Álgebra, a Aritmética e a Geometria.

No mesmo ano de 1929, Sório (2004) apresenta, em seu trabalho, o lançamento do primeiro volume da coleção Curso de Mathemática Elementar, escrito pelo Professor Euclides Roxo, justamente para a proposta de modernização do ensino de Matemática no Brasil.

Alvarez (2004) afirma ainda que as grandes modificações do ensino de Matemática não se resumiam na disposição de seus conteúdos programáticos. As mudanças propunham novas orientações pedagógicas inscritas em instruções, as quais tinham o objetivo de explicar como os conteúdos deveriam ser ensinados.

D.Ambrósio (1998) apresenta uma síntese sobre a trajetória da disciplina de Matemática nas reformas, suas modificações, suas adequações entre outros fatores, que delinearam seu caminho pedagógico e, em alguns casos, por caminhos extra pedagógicos, desde a primeira reforma (1928-1929) até os dias de hoje.

Já em 1928, na Escola Politécnica de São Paulo, tem início a fase paulista de desenvolvimento do ensino de Matemática. Em 1933 foi criada a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo e logo em seguida a Universidade do Distrito Federal, que foi transformada em Universidade do Brasil em 1937. Nessas instituições iniciou-se a formação dos primeiros pesquisadores modernos de Matemática.

D.Ambrósio traz ainda em seu livro que, com o final da Segunda Guerra Mundial, tem início um grande desenvolvimento de pesquisas científicas. No ano de 1955, é criado o Conselho Nacional de Pesquisa e seu Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). Em 1957, na cidade de Poços de Caldas, tem início a realização de grupos de estudos sobre os Colóquios Brasileiros de Matemática e, a partir deste momento, a pesquisa Matemática no Brasil vem crescendo de forma considerável, e hoje ocupa uma posição de destaque internacional.

Em sua síntese, ele apresenta alguns dos movimentos mais significativos na Educação Matemática e alguns dos grupos de maior relevância nas pesquisas dessa área. Na década de 1960, sob a liderança de Osvaldo Sangiorgi, é criado em São Paulo, o GREEM, (Grupo de Estudos em Educação Matemática), em seguida é criado em Porto Alegre o GREEMPA, (Grupo de Estudos em Educação Matemática de Porto Alegre) e o GEPEM (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática) no Rio de Janeiro. O MMM (Movimento da Matemática Moderna) teve uma grande importância na identificação de novas lideranças na Educação Matemática e na aproximação dos pesquisadores com os educadores, sobretudo em São Paulo.

O matemático conclui sua síntese afirmando que se a Matemática Moderna não produziu os resultados pretendidos serviu, ao menos, para desmistificar muito do que se fazia no ensino da Matemática e mudar para melhor. Isso se passou, com as mesmas características, no mundo todo.

4- OS RECURSOS DIDÁTICOS E AMBIENTES ADEQUADOS, INTERAGINDO ENTRE SI E ENTRE OS SUJEITOS.

Nesta etapa da pesquisa serão apresentados os diferentes recursos que foram utilizados pelos sujeitos bem como outros que foram utilizados pelo pesquisador e que serviram de apoio e referência. Os capítulos seguintes apresentarão os elementos também, mas de uma forma diferenciada. Eles estarão relacionados com o tema do capítulo, torna-se necessário uma apresentação global permitindo ao leitor perceber as interações existentes.

Ainda buscando descrever, de forma clara e sem se prender muito nos fatos e na trajetória da Educação Matemática e sua evolução, mas esclarecendo os caminhos e obstáculos enfrentados por professores, pesquisadores, alunos, enfim, todas as pessoas vinculadas direta ou indiretamente com a educação e que foram pesquisados nos diversos trabalhos.

Em relação à geometria, Zuin (2001), destaca que seu ensino permaneceu obrigatório durante 40 anos, porém os currículos escolares do ensino fundamental sofreram diversas alterações e, apenas um determinado núcleo de disciplinas obrigatórias manteve-se estável, outro era optativo, inclusive a disciplina de desenho geométrico. As instituições escolares deveriam seguir as determinações da legislação escolar que previa a integração da disciplina de educação artística no currículo. Desse modo, após a promulgação da lei nº5692/71 de 11 de Agosto do ano de 1971, que fixa diretrizes e bases para o ensino do 1º e 2º graus, entre outras providências distribuídas em 8 capítulos e 88 artigos, muitas escolas aboliram o ensino de construções geométricas definitivamente do currículo.

Zuin (2001) afirma que este quadro permanece até a década de 80, quando algumas editoras lançam coleções de Desenho Geométrico, para serem utilizadas de 5a a 8a série do primeiro grau – o que nos aponta uma revalorização das construções geométricas e/ou a sua assunção pelas escolas de uma forma explícita. No entanto, oficialmente as construções geométricas continuavam ausentes dos currículos escolares, uma vez que o Desenho Geométrico deixara de ser uma disciplina obrigatória.

Destaca ainda que no final do século passado, temos a proposta dos PCN que têm como finalidade orientar as políticas públicas e as práticas escolares do ensino básico brasileiro, estabelecendo que:

> "... uma meta educacional para a qual devem convergir as ações políticas do Ministério da Educação e do Desporto, tais como os projetos ligados a sua competência na formação inicial e continuada de professores, à análise e compra de livros e outros materiais didáticos e à avaliação nacional. Têm como função subsidiar a elaboração ou a revisão curricular dos Estados e Municípios, dialogando com as propostas e experiências já existentes, incentivando a discussão pedagógica interna das escolas e a elaboração de projetos educativos, assim como servir de material de reflexão para a prática de professores." (PCN, v. 1, p.36).

Em 1998, com a publicação dos PCN de Matemática para os ciclos iniciais, o ensino de construções geométricas retorna aos currículos. Por essa mudança é possível afirmar que a maioria dos alunos do ensino fundamental II já foi solicitada a efetuar uma determinada construção geométrica com régua e compasso. O PCN de 1997 afirma que um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos que tem sentido num campo de problemas e não um conceito isolado em resposta a um problema particular (ZUIN, 2001).

As afirmações descritas permitem estabelecer como uma das diversas vertentes da geometria, que a mesma não se resume em teoremas demonstrados por raciocínios lógicos. É possível perceber, através de uma perspectiva delineada pelas formas e espaços, que definições e conceitos desta área são encontrados, de forma explícita ou implícita, praticamente em tudo que observamos ou manipulamos. Mesmo com a geometria ocupando, de forma definitiva, um lugar de destaque no ensino de matemática, a maioria dos professores tem priorizado o ensino de aritmética e álgebra (LORENZATO, 1995).

Entende-se que a dificuldade de gerar argumentos lógicos e deduções axiomáticas na geometria Euclidiana torna-se um possível obstáculo na apropriação dos conceitos e definições geométricas. Além disso, o pouco conhecimento dos conteúdos de geometria pelos professores, aliado à exagerada importância dada ao livro didático, aumenta a probabilidade de que o tempo não seja suficiente para trabalhar todos os assuntos (Lorenzato, 995). Além dessas possíveis barreiras, com conteúdos diferentes em escolas e o tratamento desigual dado à geometria por alguns autores e editoras aliado à dificuldade que alguns professores têm em encontrar aplicações práticas no cotidiano, pode-se indicar que tais situações contribuíram para o fato de ser considerado por muitos profissionais da educação um assunto abstrato e de difícil aprendizado para crianças. A partir de um contexto complexo, formas didáticas de ensinar não muito claras e, em alguns casos, até o abandono desta área, desenvolver uma pesquisa neste tópico da matemática tornou-se um desafio complicado, porém alguns professores e pesquisadores têm se preocupado com a falta de conhecimento em geometria, procurando alternativas nas metodologias de ensino, a fim de motivar o aluno a aprender e, consequentemente, se envolver com os estudos dessa área.

Este trabalho aborda as semelhanças de triângulos pois por meio desse tema é possível perceber a proporcionalidade entre objetos e formas, deduzir ampliações e reduções das figuras, e a possibilidade de se obter uma nova forma ou figura a partir de outras que já existem, entre outros exemplos. O triângulo é um dos principais polígonos da geometria euclidiana e o estudo de suas propriedades é fundamental porque o mesmo faz-se presente, mesmo que implícitos, em outros polígonos. Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, de 5ª à 8ª séries (EF. II- 6º ao 9º anos) apresenta, como um de seus objetivos que:

> O ensino de matemática deve visar o desenvolvimento do pensamento geométrico por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a produzir e analisar transformações, ampliações e reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos, variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança. (BRASIL, 1998, p. 81-82).

Hershkowitz, Vinner & Bruchkheimer (1994) revelaram em sua pesquisa, que alunos e professores tinham o mesmo padrão de respostas ao identificarem triângulos retângulos em posições diferentes. Indica Também que "grande parte das pessoas" bem como professores em formação "só reconhecem como triângulos. os isósceles e os equiláteros e, muitas vezes, somente quando a base (nos isósceles) ou um dos lados (nos equiláteros) está na horizontal" (ou paralelo à margem inferior do papel).

Esta afirmação vem ao encontro da minha inquietação e desafio, também pelo fato de possibilitar ao aluno relacionar o desenvolvimento de habilidades motoras, pensamentos lógicos e desenvolvimento da autonomia variando figuras e formas. A escolha do tópico de semelhança de triângulos se deve ao fato de possibilitar a apropriação desses conhecimentos que são importantes para resolução de diversos problemas e por ser um dos principais temas da matemática, na área da geometria. Assim sendo, é importante propor atividades que desafiem os alunos e possibilitem que eles percebam de que maneira o conhecimento das propriedades e das diversas formas de utilização de materiais manipuláveis, (consideramos materiais manipuláveis o compasso, o esquadro, o transferidor entre outras ferramentas de construções geométricas), envolvendo o tema de semelhança de triângulos, apresentado em alguns livros didáticos sugeridos pelo MEC e a interação com o software GeoGebra pode auxiliar a compreensão e a apropriação do tema “semelhança de triângulos”.

Segundo Raymundo (2010), o livro didático pode, portanto, ser identificado como um material de significativa contribuição para a história do ensino e das práticas educativas e, ainda, portador de valores predominantes num determinado momento histórico permitindo o acesso às discussões sobre o seu verdadeiro papel no ambiente escolar. Schubring (apud Raymundo 2010) ainda menciona que pesquisas em Educação Matemática têm mostrado que a realidade do ensino é determinada decisivamente pelos manuais (e não pelos programas). Assim, utilizar o livro didático como fonte de pesquisa, se justifica pelo significado desse material para a compreensão do ensino efetivamente realizado em sala de aula. Por seu uso como recurso didático, como fonte de informações, esse livro possibilita a investigação de concepções de ensino, de aprendizagem e de educação.

Zuin (2001), em sua dissertação, avalia a evolução do ensino do Desenho Geométrico por meio da análise da legislação e de livros de Desenho Geométrico de 1870 a 1998. Esse trabalho complementa alguns conceitos do estudo de Zuin (2001), destacando como se dá o ensino das construções geométricas por meio da observação desse conteúdo em alguns livros didáticos de Matemática e recomendados pelo MEC.

Considerando o Desenho Geométrico como uma disciplina e como parte dos conteúdos de Matemática, desejamos verificar, portanto, como as Construções Geométricas são abordadas em livros didáticos atuais de Matemática destinados aos anos finais do Ensino Fundamental. Inúmeras discussões surgiram em torno da questão da qualidade dos livros didáticos brasileiros pelo impulso de políticas públicas direcionadas à avaliação desse material destinado ao ensino fundamental e médio. O Ministério da Educação vem fazendo esforços para promover a melhoria na qualidade dos livros didáticos brasileiros por meio de avaliação realizada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Os resultados do processo de avaliação ganharam destaque na mídia ao longo dos anos provocando e estimulando vários estudos nessa área.

Esses livros são distribuídos gratuitamente para os alunos da rede pública de todas as séries da educação básica e para os matriculados em classes do programa Brasil Alfabetizado. Os três programas voltados ao livro didático executado pelo governo federal são: o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) e o Programa Nacional do Livro Didático para a Alfabetização de Jovens e Adultos (PNLA). O objetivo desses programas é prover as escolas das redes federal, estadual e municipal e as entidades parceiras do programa Brasil Alfabetizado, com obras didáticas de qualidade. O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), instituído por meio do Decreto nº 91.542, de 19 de agosto de 1985, veio substituir o PLDEF (Programa do Livro Didático do Ensino Fundamental) trazendo diversas mudanças, como: a indicação do livro didático pelos professores; a reutilização do livro, implicando a abolição do livro descartável, aperfeiçoamento das especificações técnicas para sua produção, visando maior durabilidade e possibilitando a implantação de bancos de livros didáticos; extensão da oferta aos alunos de 1ª e 2ª séries das escolas públicas e comunitárias, entre outras. A escolha dos livros para adoção é feita pelo professor a partir da leitura do Guia de livros didáticos. Nesse guia encontram- se as resenhas das coleções de Matemática aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Essas resenhas são organizadas após um criterioso processo de avaliação, que reúne diversos profissionais da educação de várias instituições e localidades do país. É elaborado com o principal objetivo de oferecer subsídios para escolha do livro que o professor utiliza em sala de aula. (RAYMUNDO 2010).

Partindo dessas afirmações, esta pesquisa também propõe uma investigação sobre os conceitos de semelhança de triângulos apresentados em alguns livros, as metodologias propostas pelos diferentes autores e de que forma esses livros proporcionam, ao aluno, a possibilidade de uma aprendizagem significativa dos conceitos e propriedades desse tema, quando os alunos trabalham em grupo e, de forma autônoma buscam a compreensão dos conceitos sem a intervenção do professor.

É possível constatar, através de observações, que uma grande parte dos livros apresenta definições que não são muito claras, além de desenhos, imagens e figuras padronizadas, o que se tornam prováveis obstáculos no processo de ensino aprendizagem. A posição das figuras, geralmente, é vinculada com alguma propriedade por alguns alunos. As construções geométricas podem auxiliar a apropriação dos conceitos, propriedades e definições das figuras, mas as propostas para utilização desse recurso aparecem em número reduzido.

Um primeiro passo do trabalho foi pesquisar de que maneira o tema “semelhança de triângulos” é apresentada em alguns livros didáticos recomendados pelo MEC.

No livro “Tudo é Matemática”, escrito por Luiz Roberto Dante, publicado pela editora Ática em 2008, inicia o tema apresentando conceitos e demonstrações algébricas seguidos de atividades de fixação. O autor prossegue sua abordagem demonstrando, de forma algébrica, a propriedade fundamental da semelhança de triângulos e utilizando o teorema de Tales, a propriedade da proporcionalidade.

É possível observar que esse processo satisfaz uma das condições de semelhança de triângulos. A partir desse procedimento, outra condição pode ser observada que é a congruência dos ângulos internos.

Seguindo as afirmações do autor, a proposta sugere estudar os casos de semelhança de triângulos, inicialmente através da visualização e da observação, utilizando alguns polígonos para mostrar que os casos de semelhança devem atender alguns requisitos básicos e, a presença de alguns deles não garante a semelhança. Esclarecido o fato, são apresentados os casos, um a um, com seus conceitos, demonstrações e definições cabíveis.

O primeiro caso apresentado afirma que dois triângulos que têm dois ângulos correspondentes, respectivamente, congruentes são semelhantes, é o caso A.A., (ângulo, ângulo), segundo o autor.

O caso L.A.L. (lado, ângulo, lado) ocorre quando dois triângulos têm dois lados correspondentes, com medidas proporcionais e o ângulo, por eles compreendido têm a mesma medida. Nesse caso os triângulos são semelhantes.

O caso L.L.L. (lado, lado, lado), é conceituado pelo autor que, se dois triângulos têm três lados correspondentes, com medidas proporcionais, eles são semelhantes.

Após conceituar os casos e demonstrar cada um, de forma algébrica, o autor apresenta um tópico em que mostra possíveis trabalhos e aplicações dos casos de semelhança através de problemas propostos. É sugerida uma leitura de introdução em que alguns feitos de Tales e a altura de uma pirâmide são relacionados, propondo ao aluno uma reflexão sobre a relevância do tema.

No livro “Tempo de Matemática”, escrito por Miguel Assis Name e publicado pela Editora do Brasil, 2010, o tema começa a ser apresentado utilizando as ampliações e reduções de figuras. Conceitua também a congruência de figuras e mostra como ampliar e reduzir figuras através de quadriculados, o que proporciona um reforço sobre os conceitos apresentados anteriormente, possibilitando ao aluno uma apropriação dos conceitos e definições antes mesmo da formalização.

O teorema fundamental da semelhança é definido através do teorema de Tales, através de demonstrações e exercícios resolvidos. Quanto aos casos de semelhança, o autor conceitua e define apenas o caso em que dois triângulos apresentam ângulos correspondentes congruentes. Conclui o tema com exercícios de fixação.

No livro “Matemática e Realidade”, de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio

Machado, publicado pela editora Atual, 2009, trazem o tema semelhança de triângulos através de comparações de triângulos, faz uma retomada no tema “nomenclatura” dos triângulos, tanto em função dos lados quanto em função dos ângulos. A seguir, o autor apresenta alguns conceitos relacionados ao tema e, em seguida, mostra a razão de semelhança e suas propriedades, conceituando a propriedade reflexiva, a simétrica e a transitiva. São propostos exercícios de fixação sobre o teorema fundamental são propostos e, o tópico é exposto, no livro, de forma clara e objetiva.

Um texto histórico apresenta o teorema de Tales através de sugestão de leitura reflexiva com o objetivo de serem apresentados os casos de semelhança de triângulos após a leitura. Os casos AA (ângulo- ângulo); LAL (lado- ângulo- lado) e o caso LLL (lado- lado- lado) são apresentados, conceituados, definidos e demonstrados.

Também serão apresentados alguns livros escolhidos pelo fato de serem específicos no ensino de geometria e para o desenho geométrico. No livro Matemática Industrial, escrito 1961 por Manyr A. Jacó (1961), no livro Geometria Descritiva escrita em 1986 por Adva Machado, no livro escrito por Afonso Rocha Giongo, (1986), que recebeu o título de título Curso de Desenho Geométrico e no livro Estudo Dirigido de Desenho Para o Ensino Programado, escrito por Carlos José Fiorano, a data não foi encontrada, apresentam mais detalhadamente cada tema, inclusive o de Semelhança de Triângulos, possibilitando uma melhor visualização dos passos, proporcionando uma chance maior de apropriação dos conteúdos, mas também compostos por elementos estáticos. Dessa maneira os obstáculos são semelhantes, as apresentações do tema também não possibilitam que os alunos se apropriem dos conceitos com significado concreto.

Os sujeitos da pesquisa são alunos do 9º ano do Ensino Fundamental que por meio de um grupo de trabalho e estudo em encontros semanais, desenvolveram atividades partindo do próprio livro didático, e cujas atividades exigiam construções com materiais manipuláveis, interagindo com a geometria dinâmica, fundamentada no modelo de pensamento geométrico desenvolvida pelo casal Van Hiele. Para os pesquisadores, o aprendizado da geometria acontece de forma gradual, obedecendo a níveis de evolução que serão descritos nos próximos capítulos. Nesses encontros, o objetivo era identificar como o grupo de alunos interagia, levantava argumentos e resolvia os desafios para desenvolver tais atividades sem a presença do professor.

Outro aspecto a considerar nas atividades com esses alunos foi à oportunidade de desenvolver um trabalho em conjunto e articulado com a disciplina de Educação Artística.

O trabalho integrado da disciplina Matemática com a Educação Artística pode ser realizado e tomou como justificativa as possibilidades dessa integração a partir de algumas considerações sobre as construções geométricas que auxiliam na observação, na compreensão, na visualização e na formulação de muitas propriedades métricas e geométricas das figuras planas como, por exemplo, as relações de proporcionalidade. Além disso, elas são utilizadas no esboço de obras de arte, desenhos técnicos, ampliações e reduções de figuras etc. A partir dessas afirmações, é possível perceber que a geometria, através de suas formas e propriedades, está no cotidiano e, através das diversas evidências relevantes, faz a interação desta área com outras disciplinas, entrelaçando os conteúdos teóricos com as práticas em sala de aula.

Considerando esses pontos é que surgiu a oportunidade de unir propostas novas, identificar assuntos comuns ou interdependentes e perceber a possibilidade de desenvolver um trabalho integrado. Este trabalho vai ao encontro da necessidade de motivar os alunos apresentando sequências didáticas a partir de exercícios propostos por livros didáticos e para ser desenvolvido em um trabalho em grupo de alunos e com a intenção de que o aprendizado a partir de um trabalho integrado possibilitasse ao aluno tornar- se autônomo e crítico, buscando sua criatividade para atender a esse objetivo.

Para os encontros do grupo de alunos considerou-se, dentre os diversos materiais didáticos disponíveis, o livro didático como um material mais próximo e mais utilizado e, na maioria dos casos é o que mais influencia a forma do processo ensino aprendizagem. A apresentação dos conteúdos, a linguagem utilizada entre outros devem ser claras porque em algumas situações esse recurso é a única fonte de informação para professores e alunos. Outro motivo que torna o livro muito utilizado é o fato de que, geralmente, os professores já encontram as aulas praticamente preparadas, o que gera um menor esforço do docente porque, na maior parte dos livros, a disposição dos conteúdos segue a proposta curricular definida pelo órgão responsável de cada região. Os livros apresentam diversos exercícios similares, poupando alguns professores desta tarefa.

Além desses fatores, a obrigatoriedade de sua utilização estimula diversos professores adotar o livro, e seus respectivos livros do mestre, que são adotados como o carro chefe de seu trabalho. Outro fator relacionado ao uso prioritário do livro é quanto à clareza das definições, dos objetivos e das estruturas textuais modernas e motivadoras.

Para responder às questões gerais da pesquisa é necessário dividir as leituras e as apresentações. O objetivo geral desta pesquisa é responder às seguintes questões:

Como realizar um trabalho colaborativo que envolva os conteúdos apresentados nos livros didáticos sobre o tema semelhança de triângulos com materiais manipuláveis e a geometria dinâmica?

Quais desafios são apresentados pelos alunos ao realizarem atividades em grupo a partir do tema semelhança de triângulo?

CAPÍTULO 1

Neste capítulo serão apresentados alguns conceitos, utilizações e propriedades de algumas tecnologias da comunicação e informação destinadas à educação. São inúmeros softwares, programas e ferramentas que auxiliam, de forma poderosa e, em algumas situações muito eficientes, mas são vários fatores que, trabalhados de acordo com cada caso, possibilitarão uma apropriação dos conceitos apresentados de uma forma mais efetiva.

1.1 - A UTILIZAÇÃO DAS TICS NAS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

O uso de novas tecnologias é fortemente recomendado nos novos programas, mas muitos professores, por diversas razões e justificativas, ainda apresentam algumas reservas à sua utilização, principalmente ao uso do computador. Justificativas como a falta de tempo, de condições inadequadas, prejuízo no rigor das aulas e até pelo receio das aulas tornarem-se “brincadeiras” são comuns quando o assunto é a utilização das TICs como ferramenta didática no auxílio e na complementação dos recursos no processo de ensino e aprendizagem. Possivelmente tais justificativas apresentem como fator primário a exigência de uma maior dedicação, tanto dos professores como dos alunos, pelo fato de que os processos de ensinar e aprender, por si só, exigem ações complexas e, a inclusão de novas tecnologias aumentem, significativamente, a complexidade, o envolvimento e o empenho dos docentes e dos discentes (PEREIRA 2005).

Segundo Villiers (apud Pereira 2005) a utilização de novas tecnologias veio revolucionar, em particular, o ensino de geometria que experimentam “um emocionante renascer”. Alguns pesquisadores chegam a afirmar que os softwares de geometria dinâmica vieram “salvar o currículo de geometria”.

Nesse contexto, Villiers (apud Pereira, 2005) complementa com a afirmação de que as tendências relativas ao ensino de geometria estão apoiadas na experimentação e na manipulação e, através da utilização das TICs esses alicerces podem ser reintroduzidos através das construções de figuras e de formas geométricas, proporcionando a oportunidade de que novas propriedades sejam descobertas.

Prado (apud Bagé 2008) adverte que a utilização de diferentes mídias na prática pedagógica nem sempre tem o significado de integração. É necessário conhecer as especificidades dos recursos utilizados, a fim de incorporá-los nos objetivos didáticos do professor, enriquecendo através de novos significados as situações vivenciadas pelo aluno.

Utilizar pedagogicamente os recursos tecnológicos demanda um novo “papel” ao professor que passa a ser mediador, distinto daquele que ensina transmitindo as informações, aplicando exercícios e corrigindo aquilo que o aluno respondeu em termos certo ou errado (BAGÉ, 2008).

Almeida (2006) enfatiza a mobilização de competências para o emprego das tecnologias fundamentadas por teorias educacionais que possibilitem identificar quais as mídias mais adequadas. A utilização das TICs possibilita ao usuário realizar atividades que, sem elas, seriam muito difíceis ou impossíveis. Segundo o documento é possível construir objetos virtuais, modelarem fenômenos planejados, realizar cálculos complexos com rapidez, editar textos de jornais e revistas, entre outras possibilidades. É um instrumento de mediação na medida em que possibilita o estabelecimento de novas relações para a construção do conhecimento e novas formas de atividade mental (PCN, 1998).

Através da utilização das TICs e interagindo com o livro didático, é possível desenvolver uma articulação entre esses dois recursos. Os livros apresentam as teorias, definições e conceitos entre outros recursos com a proposta de que, o aluno tenha a possibilidade de utilizar tais recursos de forma prática e atual.

Dessa forma, é possível que propriedades, padrões, diversificações e comparações sejam percebidas com maior clareza.

As movimentações das figuras que a utilização de alguns softwares de geometria dinâmica possibilita como um de seus recursos pode permitir que a apropriação dos conceitos e definições se torne mais eficaz. É possível também, com a utilização das tecnologias, que tenha início uma reflexão mais aprimorada do assunto proposto, tanto do aluno como do professor, a partir de conhecimentos prévios. Nessa direção, as TICs proporcionam uma interação direta com os conteúdos, abrindo espaços para aprimorar e mudar, de forma positiva (ARAUJO, 2010).

Capistrano (2004) afirma que a utilização de softwares não licenciados para o uso é muito comum, ou como vulgarmente é conhecido, “software pirata”. Porém, esta prática não é legal do ponto de vista da legislação sobre os direitos autorais, da propriedade intelectual de programas de computador e de sua comercialização (Leis Nº. 9.609 e 9.610, de 19 de fevereiro de 1998, ambas). Por outro lado, muitos dos softwares que podem ser utilizados didaticamente, possuem um custo que nem todas as escolas podem pagar, mesmo com os descontos oferecidos e é preciso mencionar o baixo poder aquisitivo dos professores, tanto da rede pública, quanto da rede particular de ensino.

Considerando estes argumentos, e movidos por uma política de utilização livre de softwares, como prega Richard Stallman apud Capistrano (2005), em seu Manifesto, e também pela Free Softwares Foundation (2000), optou-se por utilizar um software que tivesse seu uso e distribuição de forma gratuita, neste caso, entre muitos de geometria dinâmica, optou-se pelo GeoGebra.

O GeoGebra foi idealizado e desenvolvido por Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburg, na Áustria. Além das ferramentas de geometria dinâmica, o software oferece ainda um suporte à entrada de equações e coordenadas, associando o primeiro ao segundo, e vice-versa. Portanto, o

GeoGebra é a união de um sistema de geometria dinâmico (Dynamic Geometry System – DGS) e de um sistema de computação algébrica (Computer Algebric System – CAS). Para sua utilização, não é preciso instalar, basta acessar a página http://www.geogebra.org e clicar em “Iniciar GeoGebra”. Porém, se optar em usar sem estar conectada a Internet, no modo off-line, pode ser feita a instalação do software no computador. Em ambos os casos é necessário à instalação do Java.

De um modo geral é um software de geometria dinâmica que permite movimentos interativos que possibilitam ao usuário fazer coisas que seriam muito difíceis apenas com a utilização de materiais manipuláveis.

Esse software permite simular construções geométricas no computador diferente do que ocorre com a régua e o compasso tradicional. As construções feitas são dinâmicas e interativas, o que faz do programa um excelente laboratório de aprendizagem da geometria. Ele contém um recurso que possibilita a transformação contínua, em tempo real, ocasionado pelo “arrastar” de figuras geométricas, de pontos, segmentos, enfim, a interação do usuário com a geometria é contínua (CAPISTRANO, 2004).

É nesse sentido que o software foi utilizado, por ser um programa de código aberto GNU (GENERAL Public Licença), pode ser baixado gratuitamente. Todos os níveis de ensino podem utiliza-lo pois combina álgebra, geometria, tabelas, gráficos, cálculos, funções entre outras aplicações. Além de oferecer diversas ferramentas, ele trabalha com diferentes sistemas operacionais possibilitando a criação de ambientes de aprendizado no qual os alunos podem pesquisar e fazer representações interativas e dinâmicas.

A coordenadora do Instituto GeoGebra em São Paulo, professora doutora Celina Abar afirma que a partir do momento em que o ensino de matemática tem início já é possível a utilização do software.

Algumas orientações nos PCN indicam diversas habilidades, entre elas a de enfatizar e explorar o espaço e suas representações e a articulação entre a geometria plana e espacial possibilitando ao aluno a inserção e o entendimento da realidade desenvolvendo habilidades cognitivas e a confiança para enfrentar os desafios (PCN 1998).

Estudando os triângulos, em geral, é possível que os alunos, gradualmente, percebam, incorporem e aprimorem métodos que permitirão explicitar, identificar e sistematizar padrões de regularidades das inúmeras aplicações de correntes deste estudo seja em situações gerais ou na obtenção de novos resultados geométricos importantes.

Podemos relacionar os estudos dos triângulos com dois dos mais importantes teoremas da matemática, o teorema de Pitágoras que tem SUS conceitos baseados em uma condição característica de um triangulo retângulo e está presente em diversos problemas, tanto na geometria plana quanto na espacial. O teorema de Tales também pode ser definido em alguns casos e proporciona também, ao aluno, que se aproprie de conceitos sobre algumas situações de semelhança de triângulos. Com base nessas afirmações e as demais que serão descritas no decorrer do trabalho, fomos motivados a integrar outras áreas do conhecimento para desenvolver pesquisas a fim de buscar caminhos que possibilitem ao aluno apropriar-se do que é como são, quais suas principais propriedades e como e onde os triângulos são utilizados. A figura geométrica do triângulo é conceituada por diversos matemáticos como uma das mais importantes no estudo da geometria, pois além de configurar os dois principais teoremas da geometria, muitos problemas possibilitam sua resolução através de suas propriedades.

Uma das principais propriedades no estudo da geometria parte da possibilidade de exploração de situações problemas e, segundo os PCN, trata- se de um campo muito fértil, as motivações e interesse por esta área do conhecimento provavelmente apareça involuntariamente, pois em todos os momentos o aluno está diante de alguma representação geométrica, seja na forma ou no espaço. Uma área de bastante evidência geométrica é a disciplina de educação artística, pois as manifestações artísticas demonstram com clareza a relevância dos conhecimentos geométricos nas pinturas, esculturas, artesanatos entre outros.

Os PCN destacam para as séries finais do ensino fundamental II que o pensamento e o aprendizado de geometria aconteçam por meio de explorações que conduzam o aluno a produzir e analisar transformações, ampliar e reduzir figuras geométricas planas bem como identificar suas possíveis variáveis, percebendo e desenvolvendo conceitos como o de semelhança. Além disso, o aluno destas séries deve também ser estimulado a aprofundar-se nos conceitos de incidência, paralelismo e perpendicularismo não deixando de envolver os conceitos sobre os ângulos para que se estabeleçam relações métricas e outras nas figuras planas e espaciais. Tais habilidades devem ser desenvolvidas em atividades em que o aluno tenha a possibilidade de verificar as propriedades dos triângulos através dos casos de semelhança, construir as alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo utilizando régua e compasso. Identificar algumas propriedades utilizando as ampliações e reduções de triângulos e concluindo as variáveis (lados, perímetro, área) e as invariáveis (ângulos).

Segundo os PCN, ao trabalhar em equipe com objetivos claros se permite que ocorra a provocação ao estudo e a reflexão sobre problemas reais e pode se reduzir as improvisações. A necessidade das disciplinas se descobrirem como uma só, com o objetivo de facilitar a compreensão dos conceitos de geometria e num processo que poderá tornar o aluno autônomo e critico. Essas possibilidades indicadas pelos PCN serão exploradas por essa pesquisa. A parte aqui enfatizada refere-se principalmente à disciplina de matemática, pois o objetivo é a apresentação de uma sequência didática que motive o aluno a apropriar-se dos conceitos geométricos através de suas habilidades e competências prévias numa perspectiva de deixar para traz os métodos de retransmissão dos conteúdos, os quais eram considerados prontos e acabados.

Nos métodos atuais, o conhecimento matemático se dá através da manipulação de materiais para a redescoberta de regularidades e apropriação de propriedades matemáticas. Isso tornará o estudante capaz de medir quantidades relevantes em suas vidas, montar modelos em formas de maquetes, utilizar formas geométricas simples na formação de outras formas complexas, até mesmo sólidos geométricos.

A apropriação de tais conhecimentos possibilita ao aluno desenvolver habilidades, explorar e construir conceitos matemáticos que provavelmente provocarão uma sistematização das descobertas onde, a autonomia nas ações de manipulação, anotação, descrição e generalização fazem com que a aceitação e a participação efetiva promovam uma apropriação de conteúdos superiores aos métodos das perspectivas, pois se sentirão estimulados e capazes.

Outra razão que valida a execução deste trabalho está na aplicação de uma sequência didática que possibilite o aluno construir e reconstruir conceitos em qualquer área do conhecimento, principalmente na matemática. Para isso é necessário adequar as aulas desta disciplina às novas estruturas da educação onde é fundamental ter como base a importância do aluno aprender a conhecer, a fazer, a viver juntos, e a ser.

As semelhanças de triângulos possibilitam enfatizar ações e propor atividades de manipulação de materiais como régua, compasso, esquadro, entre outros, ao mesmo tempo permite a discussão de caminhos e alternativas para resolver determinados problemas. Habilidades motoras através da manipulação dos materiais e através da visualização desenvolvem padrões estéticos que possibilitam ao aluno apropriar-se de conceitos de simetria. As atividades propostas nesse trabalho podem fazer com que ocorra uma relação construtiva entre as formas, a linguagem e os estilos artísticos e com esse contexto ocorre a interação entre as disciplinas de matemática e educação artística. Os vínculos entre a linguagem, as expressões artísticas e a matemática estão presentes na historia do homem desde os tempos mais primitivos e esse trabalho é desenvolvido com esta perspectiva.

Considera- se, então, que o presente trabalho será realizado com um grupo de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II. Estamos conscientes que o estudo dos vínculos entre a Geometria e Educação Artística não pode ser considerada como uma simples alteração nas aulas, mas sim na criação de situações e atividades para provocar os alunos a argumentar, questionar, demonstrar, testar e formular suas conjecturas. Sendo assim, a proposta de trabalho é de apresentar uma dinâmica diferenciada nas aulas dos alunos através de atividades motivadoras.

Um dos motivos que conduz o aluno ao desinteresse pela escola e consequentemente pelos assuntos abordados pelos professores é que, na maioria dos casos, muitos estudantes apresentam diversas dificuldades para compreender e relacionar os temas apresentados e sua realidade diária. Obrigar o aluno a se debruçar sobre assuntos tão complexos e sem necessidade não tem efeito positivo e, ao insistir e forçar a memorizar quantidades enormes de conteúdos não significa que houve uma apropriação de conceitos ou de conteúdos pelo fato de que, à medida que o tempo passa as memorizações são esquecidas rapidamente e, quase nada fica registrado de forma significativa. O que restará será o método, que será usado por conta própria e um desgaste considerável do professor e do aluno que mostra os efeitos desse conflito mais claramente e muitos ficam com trauma, raiva ou qualquer outro sintoma psicológico criando um bloqueio e uma maior dificuldade em apropriar- se do conteúdo apresentado. É relevante recuperar a história da matemática com um exemplo breve do professor Malba Tahan. Seus contos e histórias exploravam diversas áreas de conhecimento. Sua obra “o homem que calculava”, lançada em 1938 foi um destaque revolucionário para a época, vencedor do 1º concurso de contos e novelas da academia brasileira de letras.

CAPÍTULO 2

Este capítulo apresenta a referência teórica que foi escolhida com a importante função de direcionar, em algumas situações de forma passiva e em outras de forma ativa, todas as escolhas do material didático, dos exercícios e suas adequações, da metodologia e na análise dos dados coletados e as demais peças que compuseram a pesquisa.

2.1 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A teoria do casal van Hiele sobre a aprendizagem dos conceitos geométricos é decorrente da ação desses dois pesquisadores. A esposa Dina van Hiele Geldof e seu marido, Pierre Marie van Hiele, dois educadores holandeses, propuseram, em seus trabalhos de doutorado na Universidade de Utrecht, uma teoria sobre o aprendizado de Geometria. Esse trabalho foi resultado da observação de seus alunos resolvendo tarefas de Geometria (GUIMARÃES 2006).

Em 1957, Pierre van Hiele apresentou o artigo “O Pensamento da criança e a Geometria” num congresso de Educação Matemática na França. Esse artigo atraiu a atenção de pesquisadores soviéticos e americanos. Após dois anos, ele foi publicado em francês, (BORDEAUX, 1999).

No ano de 1960, foi realizada uma reformulação do currículo de Geometria das escolas da União Soviética para que fosse adotado nelas o modelo de van Hiele.

Para Nasser (1993, p. 32), “essas mudanças não foram reconhecidas nacionalmente, pois não são mencionadas em revisões sobre o ensino de Geometria na União Soviética,...” apesar de serem mencionadas pelos van Hiele em duas ocasiões: no prefácio do seu livro Structure and Insight e no seu prefácio para uma monografia sobre o Brooklin College Project”.

Em 1973, Hans Freudenthal publicou o livro intitulado Mathematics as an Educational Task, no qual citava o trabalho dos van Hiele e, em 1976, o professor americano Izaak Wirsup começou a divulgar o modelo em seu país (CROWLEY, 1994).

Nasser (1993) relata o interesse de vários pesquisadores sobre a teoria dos van Hiele a partir da década de 1980 e cita diversos trabalhos produzidos com base na mesma teoria.

Purificação (apud Guimarães 2006) afirma que vários pesquisadores que trabalharam com a teoria dos van Hiele confirma que a aprendizagem de conceitos geométricos parte de um pensamento mais global para um pensamento analítico, finalizando com a dedução matemática mais rigorosa (p. 3).

Para os van Hiele, os alunos progridem segundo uma sequência de níveis de compreensão dos conceitos geométricos. Essa sequência segue uma escala hierárquica de cinco níveis. Pierre van Hiele referiu-se a esses níveis como:

> "...certos passos nos processos de aprendizagem, mas por outro lado há muitos outros passos que não são relacionados a estes níveis de pensamento. Estes passos resultam do método de ensino usado" (VAN HIELE, apud NASSER, 1990, p. 94).

Nasser (1993) comenta que, a princípio, a numeração inicial do modelo de van Hiele era de 0 a 4. Entretanto, em seu livro Structure and Insight, Pierre van Hiele (1986) adotou o mesmo procedimento de alguns pesquisadores americanos (Hoffer, Usiskin, Senk): numerá-los de 1 a 5, pois eles haviam encontrado alunos que não se enquadravam no nível originalmente denominado zero (básico).

O modelo consiste em cinco níveis de compreensão denominados "visualização", "analise", "dedução informal", "dedução formal", e "rigor". Apoiado em experiências educacionais apropriadas, o modelo afirma que o aluno move-se sequencialmente a partir do nível inicial ou básico (visualização), no qual o espaço é simplesmente observado, as propriedades das figuras não são reconhecidas com clareza e, segundo a sequência descrita anteriormente segue em direção ao nível mais elevado (rigor), que aborda aspectos abstratos formais da dedução.

2.2- O MODELO

Crowley (1994), em seu trabalho apresenta os níveis conceituados da seguinte maneira:

Nível 1. (nível básico): visualização:

Nesta primeira etapa os alunos percebem o espaço apenas como algo que existe ao redor deles. A os conceitos da geometria são vistos como entidades totais e não como entidades que têm componentes ou atributos.

Uma característica deste nível, por exemplo, é que as figuras geométricas são reconhecidas por sua forma como um todo, ou seja, pela sua aparência física e não por suas partes e propriedades. Um aluno neste nível consegue aprender um vocabulário geométrico, identificar formas específicas e, a partir de uma figura dada, consegue reproduzi-la.

Nível 2: análise:

No nível um tem início uma análise dos conceitos geométricos. Através da observação e da experimentação, os alunos começam a discernir as características das figuras. Surgem então propriedades utilizadas para conceituar classes de configurações. Dessa maneira reconhece-se que as figuras têm partes e que são reconhecidas pelas suas partes. Todavia, neste nível os alunos ainda não são capazes de explicar relações entre as propriedades, não veem inter-relações entre as figuras e não entendem definições.

Nível 3: dedução informal:

Neste nível já é possível estabelecer inter-relações de propriedades tanto dentro da figura quanto entre as figuras. Assim os alunos são capazes de deduzir propriedades de uma figura e reconhecer classes de figuras. A inclusão de classes é compreendida. As definições têm significado. Os alunos acompanham e formulam argumentos informais. Neste nível, porém, não compreendem o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas. Resultados obtidos empiricamente são utilizados, por diversas vezes, em conjunção com técnicas de dedução. Os alunos são capazes de acompanhar demonstrações formais, mas não veem como se pode alterar a ordem lógica nem como se pode construir uma prova partindo de premissas diferentes ou não familiares.

Nível 4: dedução:

Nesse nível compreende-se o significado da dedução como uma maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. São percebidos a interrelação e o papel de termos não definidos, axiomas, postulados, definições, teoremas e demonstrações. Nesse nível, o aluno é capaz de construir demonstrações, e não apenas de memorizá-las; enxerga a possibilidade de desenvolver uma demonstração de mais de uma maneira; compreende a interação das condições necessárias e suficientes; é capaz de fazer distinções entre uma afirmação e sua recíproca.

Nível 5: rigor:

Nesse estágio, o aluno é capaz de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, isto é, pode- se estudar geometrias não euclidianas e comparar sistemas diferentes. A geometria é vista no plano abstrato.

Esse último nível é o menos desenvolvido nos trabalhos originais e tem recebido pouca atenção dos pesquisadores. Talvez conforme o modelo do casal van Hiele se estenda a outras áreas (está sendo aplicado na economia e na química na Holanda), esse último nível passa ter maior relevância.

Esse modelo de pensamento também pode ser utilizado em outras áreas pelo fato de que, atividades envolvendo a resolução de problemas, ocupam um espaço preponderante.

Segundo Semenova apud Nasser (1993) a resolução de um problema de aprendizagem comporta todo um ciclo durante o qual os escolares adquiram técnicas universais que os ajudam a orientar-se dentro de uma classe de problemas concretos.

Para isso são necessárias as seguintes ações:

- Transformação das condições do problema com vistas a descobrir suas relações essenciais;

-A criação de um modelo das relações levantadas previamente;

-A transformação do modelo com suas propriedades;

-Criação de um sistema de problemas específicos que poderão ser resolvidos a partir da aplicação do modo geral;

-Controle das ações precedentes;

-Avaliação e aquisição do modo geral, enquanto resultados da realização de um problema de aprendizagem.

2.3- PROPRIEDADES DO MODELO VAN HIELE

Crowley (1994) afirma que além de fornecer uma compreensão daquilo que há de específico em cada nível de pensamento geométrico, o modelo do casal van Hiele possibilita identificar algumas generalidades que o caracterizam. Essas propriedades são particularmente significativas para educadores, pois podem orientar a tomada de decisões quanto ao ensino e se apresentam da seguinte maneira:

Sequencial: Como na maioria das teorias desenvolvimentistas, uma pessoa deve, necessariamente, passar pelos vários níveis, sucessivamente. Para se sair bem em um determinado nível, o aluno deve ter assimilado as estratégias dos níveis precedentes.

Avanço: A progressão (ou não) de um nível para o outro depende mais do conteúdo e dos métodos de instrução recebidos do que a idade. Nenhum método de ensino permite ao aluno "pular" um nível; alguns métodos acentuam o progresso, ao passo que outros o retardam ou até impedem a passagem de um nível a outro.

Um aluno de talento pode apresentar habilidades que estejam acima de seu atual nível, assim como se podem treinar crianças novas na aritmética das frações sem lhes dizer o que significam frações, ou treinar crianças mais velhas em diferenciar e integrar, embora não saibam o que são diferenciais e Integrais (Freudenthal apud Lindquist; Shulte, 1994, p. 5). Exemplos da geometria incluem a memorização de fórmulas de áreas ou relações como "um quadrado é um retângulo". Em situações como esse o que ocorre é que a essência do assunto é reduzida a um nível inferior e não há compreensão.

Intrínseco e Extrínseco: Os objetos inerentes a um nível tornam-se objetos de ensino no nível seguinte. Por exemplo, no nível zero apenas a forma de uma figura é percebida. A figura é, obviamente, determinada por suas propriedades, mas só no nível 1 a figura é analisada e seus componentes e propriedades são descobertos.

Linguística: "Cada nível tem seus próprios símbolos e seus próprios sistemas de relações que ligam esses símbolos" (P. Van Hiele apud Lindquist; Shulte, 1994, p.5). Assim uma relação que é "correta" num certo nível pode ser modificada em outro nível. Por exemplo, uma figura pode ter mais que um nome (inclusão de classes), um quadrado também é um retângulo e um paralelogramo. Um aluno do nível 1 não concebe que esse tipo de acomodação possa ocorrer.

Porém esse tipo de noção e a linguagem que o acompanha são fundamentais para o nível 2.

Combinação Inadequada: seu modelo valoriza a aprendizagem de geometria através de um processo que envolve múltiplos processos propostos e elaborados de forma sequencial. O primeiro sugere que a intuição, o raciocínio e a linguagem geométrica são obtidos gradualmente, logo esta fase pode ser chamada de gradual. Na próxima etapa as figuras e as propriedades não são abstrações isoladas, mas existe uma inter-relação onde há pressuposições de níveis que conduzem a outros significados e, por este motivo esta etapa é chamada de global. Na ultima etapa parte-se do principio que o aluno deve construir seus próprios conceitos, pois não existe o processo de transmissão de conhecimento.

Os processos gradual, global e construtivista serão aplicados aos alunos em forma de atividades e serão analisados segundo o desenvolvimento do raciocínio em geometria pelo método de Van Hiele que é dividido em:

1º Nível - Reconhecimento -É apresentado ao aluno atividades onde é necessário que ele reconheça, compare e nomeie a figura por sua aparência global.

2º Nível - Análise – Nesse nível é necessário que o aluno analise as figuras, em torno de seus componentes e reconheça suas propriedades e a utilização destas propriedades para resolução de problemas.

3º Nível – Abstração – Agora o aluno será provocado a perceber a necessidade de uma definição precisa e de que uma propriedade pode decorrer de outra. Deve buscar uma argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.

4º Nível – Dedução – O aluno deve apresentar domínio do processo dedutivo e das demonstrações bem como reconhecer as condições necessárias e suficientes.

5º Nível – Rigor – Nesse último nível o aluno deve apresentar a capacidade de compreender demonstrações formais e estabelecer teoremas em diversos sistemas e comparação deles.

As atividades dos alunos, sujeitos dessa pesquisa, serão analisadas a partir desses passos e níveis propostos pelos pesquisadores.

CAPÍTULO 3

Este capítulo apresenta dados de algumas pesquisas e dissertações relacionadas ao tema com a intenção de trazer um maior nível de informações bem como utilizar as propostas de alguns colegas, inclusive na interação entre a geometria tradicional e a GD, procurando interações mais estreitas, interessados e preocupados com assunto e, permitindo desta forma um enriquecimento na área de pesquisa em Educação Matemática.

3.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As pesquisas foram selecionadas no banco de dissertações e teses de mestrado na biblioteca digital do Ministério da Educação / Capes. As relações contribuíram para uma perspectiva centrada no trabalho interativo, e essas relações estabelecidas têm inicio através do conjunto de ideias com objetivos semelhantes.

O primeiro trabalho pesquisado é o da professora Márcia Fonseca Cótilo Morgra Raymundo que apresentou a dissertação com título “Construção de Conceitos Geométricos”: a investigação e a importância do ensino de geometria nas séries finais do ensino fundamental II, no curso de Mestrado em Matemática, na Universidade Severino Sombra, na cidade de Vassouras, Estado do Rio de Janeiro no ano de 2010. A autora discorre em seu texto, a intenção de observar a possibilidade de utilizar, como motivadora no ensino de construções geométricas com régua e compasso, a interação com a geometria dinâmica. O trabalho de Raymundo (2010) proporcionou um ponto de apoio coeso e um direcionamento mais claro. Suas propostas foram utilizadas em alguns capítulos estreitando relações de interações entre teorias e práticas.

A pesquisa realizada no trabalho de Raymundo (2010) veio somar a algumas hipóteses pesquisadas, em outras fontes, é a busca por meios motivadores de preparar e ministrar aulas, preocupação válida para que ocorra sempre renovações de posturas nos meios de pesquisas, relações possíveis e atualizadas.

No trabalho de Doutorado em Educação Matemática, apresentado por Manoel Teixeira (2008), na PUC-SP com o título “Ateliê de Matemática” Transdisciplinaridade e Educação Matemática, é dissertado sobre as relações existentes entre a matemática e os conceitos da natureza, essencialmente abstrata, e a utilização de desconhecidos nomes para seus entes, usando a linguagem de difícil apropriação ao aprendiz”. Nesta afirmação fica clara a necessidade de uma adequação dos conceitos matemáticos à realidade do aluno, buscando fatores relacionados ao seu cotidiano real para que os temas apresentem sentidos.

O autor defende que a alfabetização matemática é apresentada em uma dimensão mais ampla de variação e conceitos. Descreve também que tais variedades são encontradas em outras áreas onde os conceitos emergem naturalmente. Teixeira (2008) também afirma que as relações entre os conceitos matemáticos e a realidade são evidentes nas artes: “O concreto tornou-se matéria viva da superação do conhecimento matemático”. A pesquisa de Teixeira (2008) volta-se para os professores e sua formação, apontando para uma constante renovação e uma pesquisa alternativa continua. Conclui ainda que instrumentos alternativos como jogos, histórias, contos e brincadeiras são possibilidades de promover canais e a criação de um ateliê de matemática com uma possível ação na realização de práticas pedagógicas.

O trabalho de Teixeira (2008) proporcionou um entendimento maior sobre como a Matemática pode ser entendida pelos alunos bem como a utilização de objetos e fatos presentes na rotina diária possibilita uma relação mais estreita com as abstrações matemáticas e a realidade que o aluno enfrenta.

A pesquisa de dissertação de Mestrado em Educação Matemática de Marcela Togagiloa Pereira, defendida na Universidade Severino Sombra Zaio, com o tema “Proposta de Atividades para a Construção de Conceito de Semelhança de Triângulos em um Ambiente de Geometria Dinâmica” propõe atividades com o objetivo de conduzir o aluno a construir conceitos sobre a semelhança de triângulos. A autora trabalha com o Software Régua e Compasso e prioriza a aquisição de conhecimento matemático a partir de sua utilização. Destaca a importância de se ensinar geometria através de representação e visualização. A sequência das atividades progride gradualmente em relação à complexidade e enfatiza o aprendizado por visualização e representação dos conceitos.

Para Pereira (2010) “As tecnologias da informação e da comunicação (TICs) mudam a visão das pessoas sobre o mundo. Não podemos desprezar o potencial pedagógico que tais tecnologias apresentam quando incorporadas à educação”. A autora direciona seu trabalho aos professores de matemática que desejam construir o conceito de semelhanças de triângulos com seus alunos e, partindo do público aluno a autora subentende que o público a que se destina o trabalho já possui um conhecimento prévio de construção e classificação dos triângulos quanto aos ângulos e lados.

Pereira (2010) escreve em um capitulo de seu trabalho denominado “Impossibilidades na abordagem com lápis e papel” os grandes feitos dos matemáticos gregos clássicos bem como a poderosa forma de se aprender geometria. Continua seu pensamento afirmando que:

> As características e potencialidades de um ambiente de geometria dinâmica possivelmente causariam certo constrangimento nas tentativas frustradas de abordagem dos problemas clássicos de geometria utilizando apenas lápis e papel.

Tal afirmação se torna verdadeira uma vez que os conceitos e propriedades que foram utilizadas e demonstradas permitem aos alunos reverem. A autora descreve que na GD podemos mover e sobrepor os elementos. A questão sobre o que se pode arrastar e sobre o porquê arrastar, permite a diferenciação entre uma figura construtiva ou simplesmente desenhada, deixa clara a necessidade do conhecimento prévio sobre os conceitos e as propriedades da semelhança de triângulos e que o aluno não pode trabalhar apenas com a sobreposição das figuras.

Utilizar os pensamentos e as propostas de Pereira (2010) em alguns pontos possibilitou um enfoque mais consistente e uma percepção de como a utilização da GD torna-se relevante nos momentos em que apena lápis e papel não são suficientes para resolver e explicitar os processos necessários para chegar aos resultados pretendidos bem como a apropriação dos conceitos propostos.

No trabalho de Manik Cristina Silva Bertuci, com o título “A Complexidade da Profissão Docente e Seus Desafios”, (2009), a autora afirma que diante da complexidade da profissão docente e dos desafios, surge a necessidade de formação. Considerando as afirmações e conclusões já apresentadas reafirma-se a relevância da pesquisa de Bertuci. As informações propostas nada mais são do que transformações no pensar e agir dos docentes, tornando inevitáveis as relações entre as diversas disciplinas. Bertuci (2009) descreve sua pesquisa, onde espaços coletivos foram utilizados para criar interações, desenvolvimentos e transformações nas práticas reflexivas e atuantes no ensino de matemática. Os referenciais teóricos são voltados para os conceitos que envolvem a formação continuada de professor e o desenvolvimento profissional. É correto afirmar que não ocorre uma formação, transformação e desenvolvimento sem interação logo, a autora descreve um plano de pesquisa fundamentado nas interações entre os profissionais. Conclui que quando há existência de um ambiente favorável na escola como a mobilização dos profissionais da escola no enfrentamento dos desafios, o processo de ensino – aprendizagem torna-se mais eficaz. Em nosso trabalho é também realizado com ações e espaços destinados aos mesmos propósitos, mas realizado com alunos.

O trabalho de Bertuci (2009) auxilia o entendimento de que forma os diversos ambientes possíveis para propor aos alunos são relevantes e possibilitar ao aluno um envolvimento com este ambiente pode facilitar a apropriação dos conceitos apresentados.

Denise Camargo Alves de Araujo, com a dissertação de Mestrado com título “Interações Existentes Entre a Matemática e Artes”, (2008) na Universidade Severino Sombra relata os fundamentos teóricos destas disciplinas através de linguagens, códigos e suas tecnologias e as ciências da natureza e suas tecnologias. Araujo (2008) aponta que “A interdisciplinaridade entre estas duas áreas de conhecimento, por meio das disciplinas de matemática e artes existe, justamente nos conceitos dos elementos matemáticos e visuais”. A autora traça um paralelo entre os matemáticos Euclides, Lintz e Machado bem com os artistas Klee, Kandinsky e Mondrian, em que destacam os conceitos: ponto, linha e forma em algumas de suas obras de arte. Araujo (2008) conclui e estabelece uma interação nessas duas áreas de conhecimento proporcionando uma relevante contribuição para a educação.

Alguns trabalhos pesquisados também serviram de inspiração, pois o principal assunto deste trabalho é a geometria, mas fatores relevantes tornaram mais interessantes as pesquisas no decorrer das leituras.

Para Maria da Conceição Amaral Alves, em sua pesquisa de dissertação, (2008) com título “Interações Entre os Instrumentos Tradicionais de Desenho e o Computador”, Universidade Severino Sombra, RJ. Essas interações são relevantes porque as novas tecnologias estão em fase de constantes avanços e diferenciais existentes são claros. A proposta de Alves está baseada nas dificuldades que os alunos apresentam no processo de visualização e, além disso, sua pesquisa aborda como a tecnologia computacional tem proporcionado novas formas de interação do discente voltadas para a referida compreensão e apropriação, com o intuito de tornar o ensino mais atraente e prático, mas conclui que não se pode perder a essência em relação ao que propõe a geometria. Essa é uma das preocupações da nossa pesquisa, em que o aluno deve perceber que o computador realiza somente os comandos que o aluno inserir, ou seja, a essência lógica continua a mesma, facilitada pela geometria dinâmica.

A dissertação de Mestrado de Gildazio Souza Mota, com o título “Demonstrações e Reflexões Sobre o Processo Ensino Aprendizado, defendido na Universidade Severino Sombra, RJ, no ano de 2008, parte da descrição da preocupação relacionada a possíveis iniciativas na construção de estratégias pedagógicas que minimizem as dificuldades de aprendizagem de matemática, em particular, de geometria. Esse trabalho mostra que, a partir da reflexão, caminhos são encontrados para atender as necessidades dos alunos. O autor realizou uma pesquisa com alunos do 6ª ano do E.F.II com coleções de figurinhas, objetos que estão contidos na realidade dos alunos. Os temas abordados pelo autor foram a demonstração e reflexão sobre o processo ensino – aprendizagem de medidas, perímetros e áreas, a partir do método de observação. A pesquisa objetivou demonstrar uma estratégia prática pedagógica e as principais dificuldades encontradas inicialmente foi o de compreender os conceitos de área e perímetro e conclui que as dificuldades foram esclarecidas ao passo que as atividades eram desenvolvidas.

As pesquisas permitiram clarificar as possíveis direções do presente trabalho e mostrou que, alunos desenvolvendo atividades integradas com disciplinas diferentes, torna possível e facilitada a compreensão e a apropriação dos conceitos de forma mais concreta e com possibilidades de reflexão.

CAPÍTULO 4

A pesquisa se vale de um procedimento qualitativo e conta com a interação entre a Geometria Tradicional e a Geometria Dinâmica GD, auxiliando a apropriação dos temas geométricos desenvolvidos no EF II, permitindo observar qual relação entre o conhecimento das ferramentas manipuláveis de construções geométricas e as ferramentas de construções geométricas também contidas nos softwares de GD.

4.1 METODOLOGIA DA PESQUISA

No caso deste trabalho, o software Geogebra foi utilizado para verificar, também, se o trabalho em grupos de estudo autônomo interfere no processo de aprendizagem, através do desenvolvimento do raciocínio lógico, utilizados nas semelhanças de triângulos, algumas habilidades necessárias à visualização prévia dos espaços e dos objetos a serem criados sejam ampliadas possibilitando uma apropriação das propriedades fundamentais dos ângulos, triângulos, paralelogramos e simetrias. A geometria é parte integrante do desenvolvimento cognitivo do aluno em que conceitos proporcionam levantamentos de dados formais do espaço, a experimentação visual de soluções de problemas e a exploração dos registros gráficos dos objetos. Seu estudo não pode ser considerado apenas como parte do conhecimento abordado na disciplina de matemática de forma teórica e sem aplicações práticas, mas deve proporcionar ao aluno uma evolução no processo de aprendizagem, expandindo sua capacidade de criação, sua compreensão do espaço, seu senso critico e interpretativo, do meio em que vive,aplicando os conhecimentos adquiridos na resolução de problemas práticos.

A pesquisa parte da hipótese de que é possível desenvolver um trabalho integrando disciplinas que motivem os alunos aos temas relacionados à aprendizagem de geometria provocando seu perfil critico e suas potencialidades criativas, através da interação entre o conteúdo apresentado nos livros didáticos, utilização de materiais manipuláveis e geometria dinâmica, e as possibilidades da apropriação dos conhecimentos sobre semelhança de triângulos trabalhando em grupos autônomos de estudos. Com estas ações, pretende-se que o aluno perceba a existência de uma interação entre as diversas disciplinas e também desenvolva habilidades para transportar os conceitos adquiridos para um trabalho com a geometria dinâmica.

Com base em tais afirmações, este trabalho sugere uma sequência didática que envolva o conteúdo de alguns livros, integrando os conhecimentos prévios e construídos, possibilitando assim uma interação com a geometria dinâmica. Também busca verificar as facilidades e dificuldades apresentadas pelos alunos quando são desafiados a desenvolver atividades em grupos autônomos proporcionando motivação para envolver-se com os estudos.

Dessa forma, as questões são assim explicitadas:

Como realizar um trabalho colaborativo que envolva os conteúdos apresentados nos livros didáticos sobre o tema semelhança de triângulos com materiais manipuláveis e a geometria dinâmica?

Quais desafios são apresentados pelos alunos ao realizarem atividades em grupo a partir do tema semelhança de triângulos?

Foram escolhidos como sujeitos da pesquisa alunos do 9º ano (8ª série) do EF II, de uma escola privada, do período matutino, com faixa etária entre 12 a 14 anos, de classe econômica considerada média. A escola está localizada na Zona Leste da cidade de São Paulo, os encontros aconteceram entre os meses de setembro e outubro de 2011. A escola é de pequeno porte e com o maior número de alunos concentrados no Pré Primário e no Ensino Fundamental I. Com relação à proposta pedagógica e ao desenvolvimento dos temas, essa escola apresenta um diferencial quanto ao acompanhamento individual e coletivo, pelo fato de que a maior parcela dos alunos do Ensino Fundamental II já estão na escola desde a

Educação Infantil, possibilitando que o mesmo professor desenvolva um trabalho sequencial e programado, ao passo que também pode possibilitar ao aluno se apropriar dos conceitos e dos conteúdos de forma sequencial e ordenada.

Dessa forma, foi possível explorar os conhecimentos prévios durante as atividades e, pelo fato de que os programas de ensino proporcionavam um trabalho que já contemplam a apresentação e o desenvolvimento do tema destinado ao estudo sobre a classificação dos triângulos quanto aos ângulos e quanto aos lados. Ainda sobre os conhecimentos prévios dos alunos, é possível afirmar que alguns temas da proposta de Educação Artística vão ao encontro de alguns temas da proposta de ensino de Geometria.

Segundo Fuzari e Ferraz (2001) o conceito que temos de espaço está ligado à nossa ambiência visual. Essa afirmação aponta que a disciplina de Educação Artística proporciona a inclusão do estudo do espaço e das formas em ambas as disciplinas. Este fator possibilitou que esta pesquisa ocorresse através de uma integração, em alguns momentos, entre as disciplinas de matemática e educação artística. Essas interações foram relevantes porque algumas atividades propostas pela professora de Educação Artística focaram ampliações e reduções de figuras. A partir dessa afirmação, os trabalhos e atividades buscaram possibilitar aos alunos identificação de aspectos de proporção, uma vez que em atividades de ampliação ou redução, teremos sempre que seguir algumas escalas.

A professora da disciplina de Educação Artística baseava seu programa na teoria apresentada acima. Esse fato possibilitou aos alunos desenvolver os mesmos conteúdos de formas diferentes e proporcionou uma motivação extra, justamente em razão de que os temas e os conteúdos apresentados estavam contidos no cotidiano do estudante, de uma forma ou de outra e, em alguns casos, com a visão matemática e a visão artística em um mesmo momento.

Foram sorteados seis alunos, de uma mesma turma. O nome de cada um foi preservado e os nomes apresentados são fictícios. Eles formaram um único grupo, que chamaremos de grupo de estudos e discussões. Captar o universo das percepções, das emoções e das interpretações dos sujeitos em seu contexto justifica a escolha por formar um único grupo e a série escolhida ocorreu pelo fato de que esta é a última série do EF II, além de representar uma mudança significativa de etapa do EF para o Médio. Os encontros ocorreram fora do horário das aulas, dois encontros por semana, totalizando oito encontros em que, um foi destinado ao esclarecimento dos objetivos da pesquisa. Nos demais, quatro foram realizados na biblioteca e dois na sala de informática. O tema trabalhado foi semelhança de triângulos, que faz parte dos PCN, compatível com o ano/ série.

A coleta de dados aconteceu por meio de gravador de voz, anotações, rascunhos, dobraduras e resoluções de atividades propostas. Estes instrumentos foram escolhidos pelo fato de que a análise conjunta destes elementos possibilita uma conclusão mais coesa e próxima à realidade.

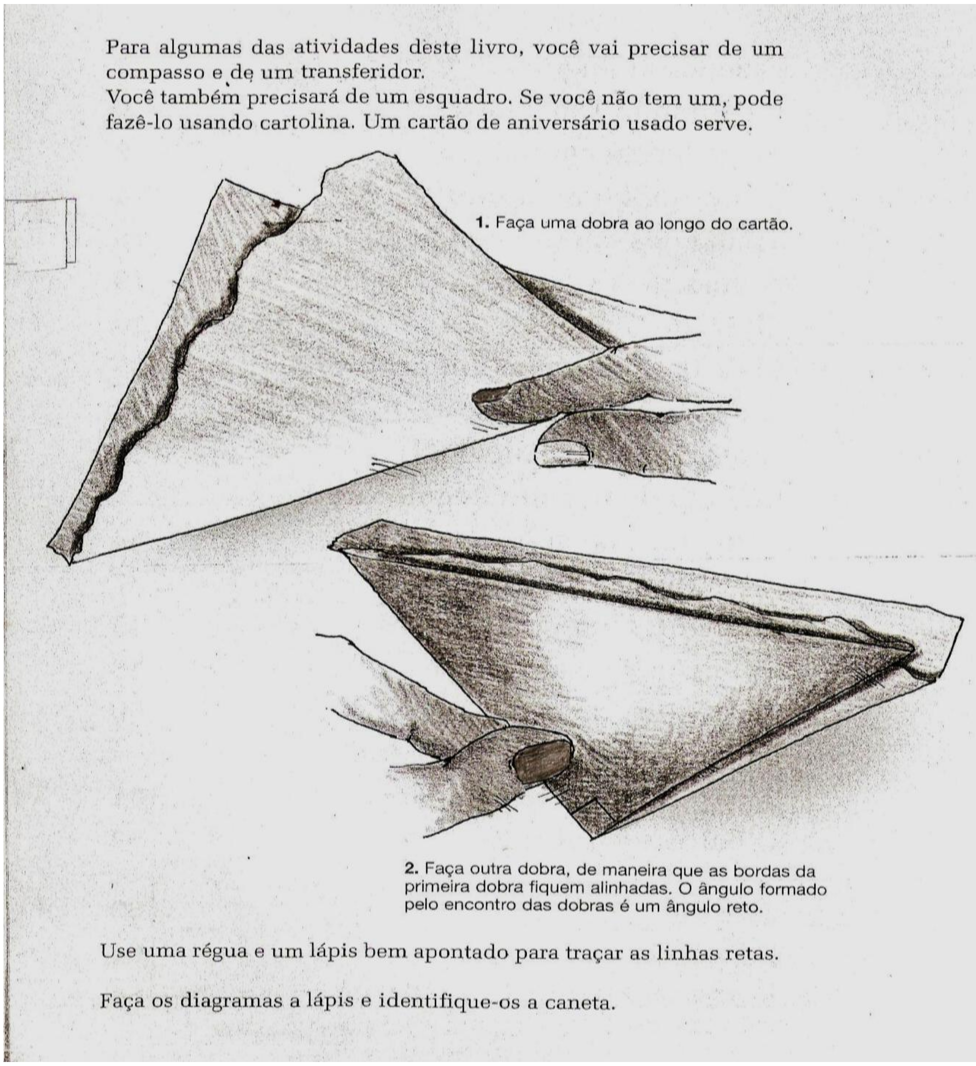
Diante dessa pesquisa é válido deixar claro que os alunos já desenvolveram atividades de construções geométricas com a utilização de ferramentas manipuláveis (régua, compasso, esquadro, etc.) bem como as ferramentas correspondentes ao software utilizado. Esta afirmação torna-se relevante ao contexto, visto que a pesquisa não tem o propósito de observar a forma com os alunos aprendem a construir triângulos, seja no concreto ou virtual, mas sim de que forma os recursos de visualização, movimentação, na ampliação ou redução de figuras, entre outros recursos oferecidos pela GD, podem auxiliar a apropriação dos conceitos apresentados nos livros didáticos.

No primeiro encontro o pesquisador, que também é professor da turma, esclareceu os objetivos do trabalho, e como seria o destino das atividades realizadas, afim de que os alunos não estabelecessem vínculo algum com as avaliações realizadas nos horários das aulas. Alguns parâmetros e expectativas foram delineados e aspectos motivadores foram descritos tais como a possibilidade de trabalhar como “detetive”, observando a tarefa, descobrindo o que ela exige, levantando hipóteses, formulando questões, realizando testes e tentativas e verificando as hipóteses levantadas além do registro do que foi produzido pelo grupo. O fato de que os encontros aconteceram fora do horário das aulas possibilitou a observação de que os alunos são capazes de construir conhecimentos, tendo o professor apenas como um facilitador de ações de aprendizagem. É possível que, ao propor um grupo de estudos autônomo, os alunos sejam motivados a buscar respostas, incentivando e auxiliando uns aos outros de maneira colaborativa, aprendendo a ouvir, discutir e avaliar as soluções apresentadas, tanto individuais quanto coletivas.

Segundo o modelo de pensamento geométrico do casal van Hiele, cada nível propõe uma determinada linguagem, possibilitando a expressão oral com ênfase nos termos específicos. Os próprios alunos estão mais capacitados a perceber a ocorrência da apropriação dos conteúdos, ao passo que desenvolvem a competência de explicar alguma coisa ou, até mesmo discutir com alguma propriedade sobre o assunto. Durante as construções com materiais manipuláveis o grupo trabalhou como um todo, já no momento dos trabalhos com GD. O grupo foi dividido em subgrupos de dois alunos cada. Foram distribuídas fichas de atividades com a previsão de duração de dois encontros cada ficha.

Este contexto possibilita ao professor uma reflexão sobre sua prática, que se torna um privilégio na construção de conhecimento, observando e corrigindo possíveis lacunas encontradas. Por motivos de preservação das identidades dos alunos adotamos como Ale,”A”; Biu,”B”; Cléo,”C”; Du,”D”; Erik,”E”; e Felix,”F”, como forma de denominação dos alunos. As atividades propostas foram retiradas do livro “Atividades e jogos com triângulos” escritos por Marion Smoothey.

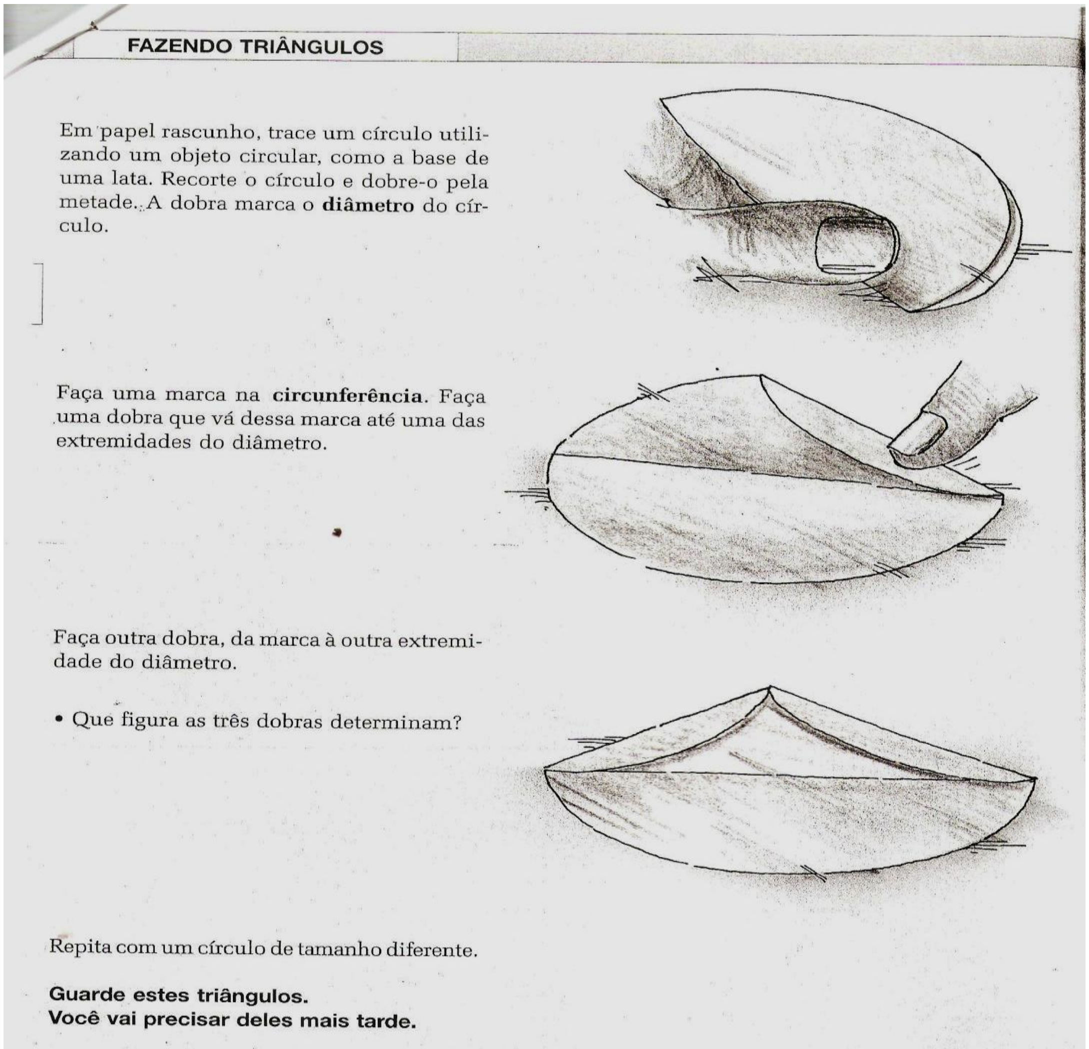
A primeira entregue aos alunos continha exercícios de dobraduras, construções e visualização e um desafio- problema em forma de fluxograma. O propósito dessa ficha foi o de situar os alunos com relação ao modelo do pensamento geométrico do casal van Hiele bem como resgatar alguns conhecimentos prévios. As atividades propostas foram escolhidas de acordo com o nível 1, ou básicas do modelo que enfatiza a visualização. Neste nível os alunos possuem o conhecimento que o espaço representa apenas algo que existe em torno deles. Neste encontro o aluno A se propôs a ler e coordenar as atividades, por iniciativa própria e consentimento dos demais, o pesquisador não influenciou nenhuma decisão tomada pelo grupo.



Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 6.

Figura 1 exercício 1



FAZENDO TRIÂNGULOS

Em papel rascunho, trace um círculo utilizando um objeto circular, como a base de uma lata. Recorte o círculo e dobre-o pela metade. A dobra marca o **diâmetro** do círculo.

Faça uma marca na **circunferência**. Faça uma dobra que vá dessa marca até uma das extremidades do diâmetro.

Faça outra dobra, da marca à outra extremidade do diâmetro.

- Que figura as três dobras determinam?

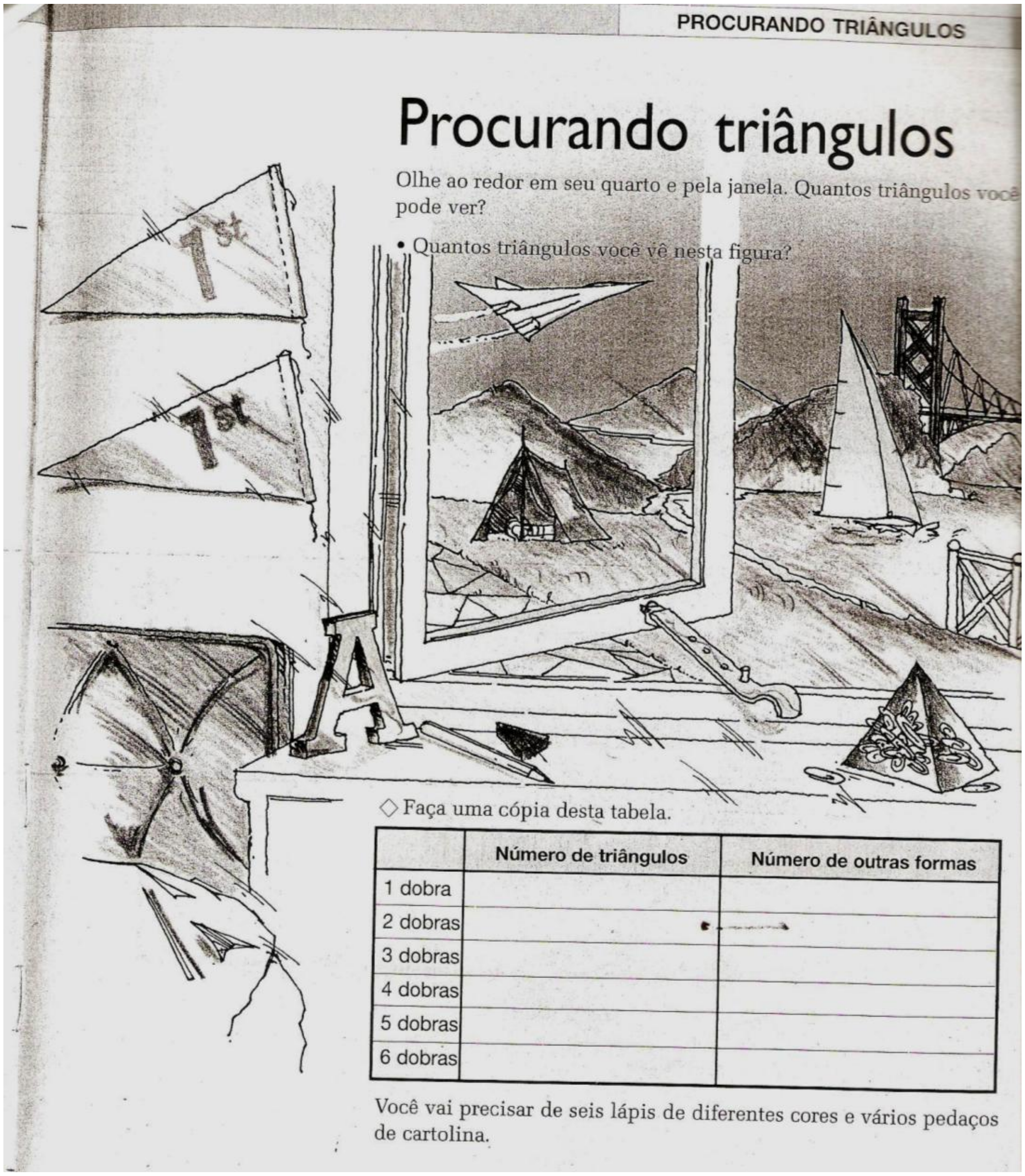
Repita com um círculo de tamanho diferente.

Guarde estes triângulos.
Você vai precisar deles mais tarde.

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 8.

Figura 2 exercício 1



PROCURANDO TRIÂNGULOS

Procurando triângulos

Olhe ao redor em seu quarto e pela janela. Quantos triângulos você pode ver?

• Quantos triângulos você vê nesta figura?

◇ Faça uma cópia desta tabela.

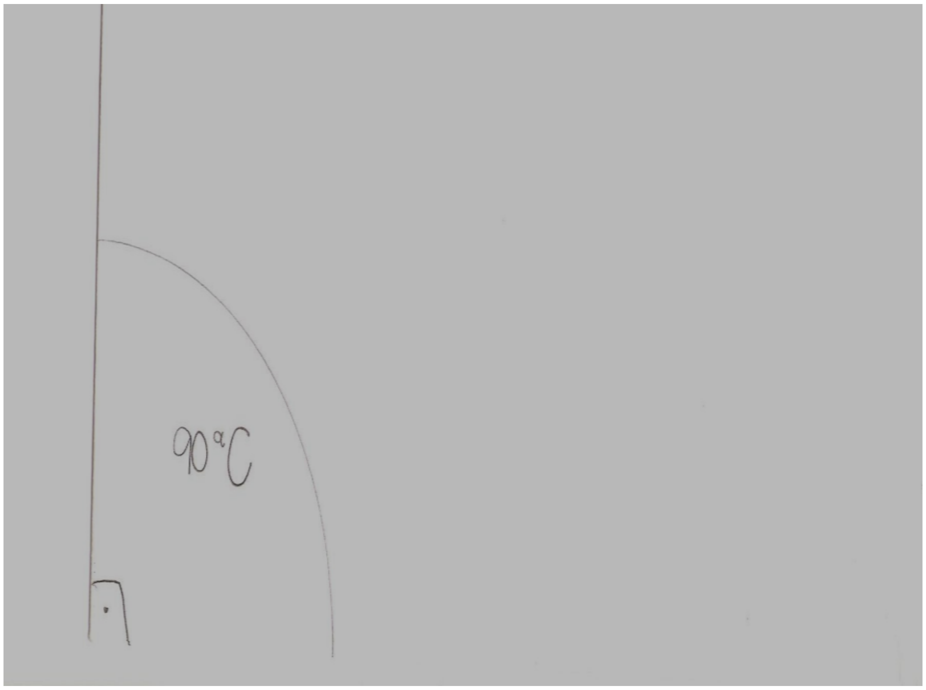
	Número de triângulos	Número de outras formas
1 dobra		
2 dobras		
3 dobras		
4 dobras		
5 dobras		
6 dobras		

Você vai precisar de seis lápis de diferentes cores e vários pedaços de cartolina.

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 9.

Figura 3 exercício2



Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição. São Paulo. Scipione. 1998. p. 6 e 8.

Figuras 4 e 5 resoluções dos exercícios 1 e 2

Segue a transcrição de alguns diálogos das sessões para posterior análise das categorias surgidas:

A. Vamos lá turma, vamos começar os exercícios, peguem o material que esta em cima da mesa. Pegue o cartão e faça uma dobradura ao longo do mesmo.

C. No meio?

B. Não, nas pontas.

D. Na diagonal você quis dizer né?

E. Isso ai, você parece que não sabe, e agora?

B. Eu sei fazer, é só pegar assim ó.

A. Faça outra dobra de maneira que as bordas da primeira dobra fiquem alinhadas. Que ângulo foi formado pelo encontro das dobras?

F. Deixa que eu vá medir.

E. Como é o nome disso ai?

F. Transferidor, não sabe não.

Neste momento é possível perceber o auxilio entre os alunos, começam a surgir resultados do trabalho em grupo.

F. É um ângulo de 90º.

A. Como chama mesmo? Para de zoar ai E, vamos fazer.

E. Fica quieto ai seu nerd.

B. Um ângulo reto?

E. Ai espertão, você não está vendo?

A. Parece, mas lembra de que o professor falou que se não estiver indicada a medida não devemos confiar direto na figura?

C. É mesmo, é melhor medir, pega o transferidor ai.

E. Eu posso medir, espera ai, me da à dobradura ai né, Como vou medir daqui?

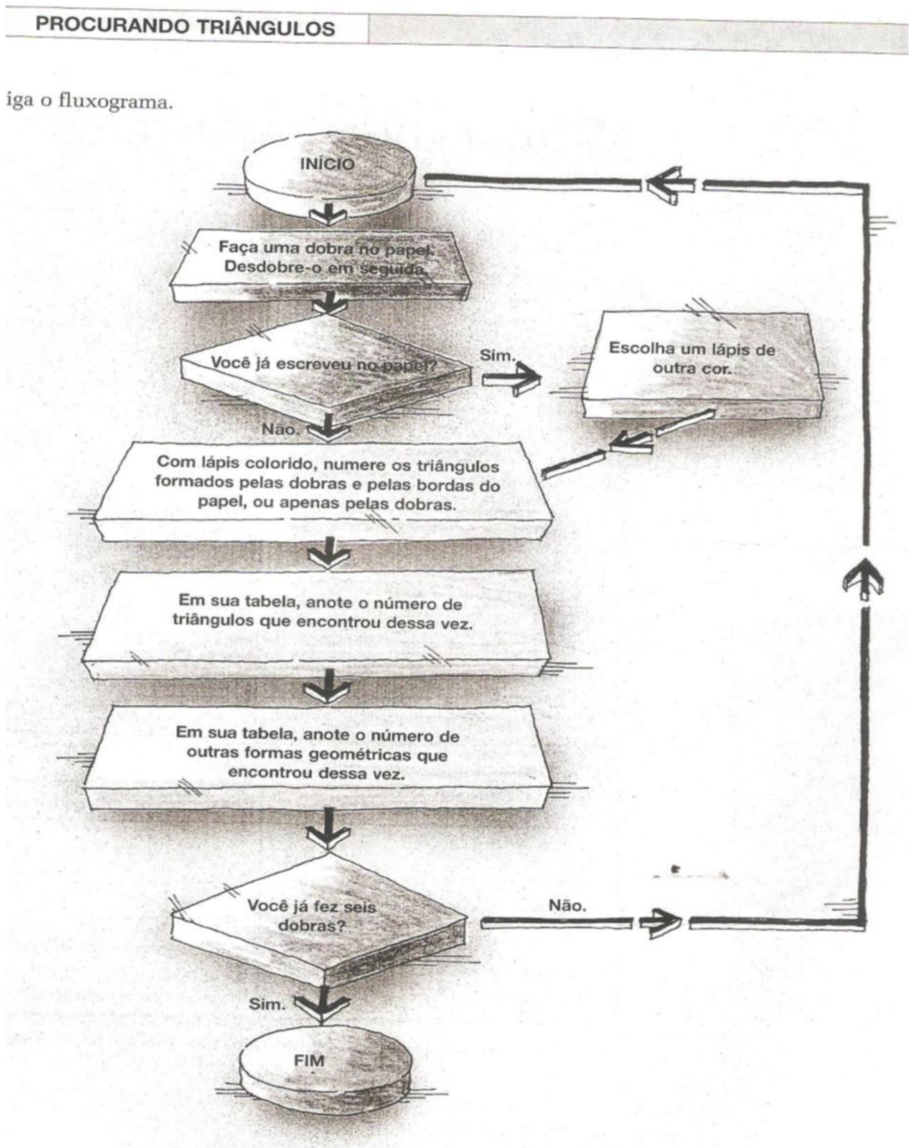
A. Espera ai, toma mede ai, bonzão.

E. Deu 90º mesmo, é ângulo reto, soei mais que vocês.

Neste momento surge uma competição saudável sobre o conhecimento dos conteúdos.

A. É um triângulo retângulo.

Nesta primeira atividade foi possível perceber que alguns conceitos prévios surgiram espontaneamente. A proposta de visualização, interação e participação coletiva tem início. No diálogo apresentado é possível perceber que todos participam alguns com maior envolvimento, mas o grupo apresenta um espírito de trabalho coletivo.



.

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 10.

Figura 6 exercício 3

Nesta atividade foi possível perceber a cooperação e a troca de experiências que o trabalho em grupo possibilita. A troca de conhecimentos sobre o espaço e forma que foram exploradas, de maneira natural e clara, proporcionando o resgate de alguns conceitos. A próxima atividade propõe uma sequência de contidas em um fluxograma em que, uma atividade depende da realização de uma proposta anteriormente. Nesta fase da pesquisa outros termos específicos surgem naturalmente entre as resoluções das atividades e, uma disputa saudável entre os alunos no sentido de "pronunciar o termo mais correto”.

A. Vamos lá?

B. Deixa-me eu ler?

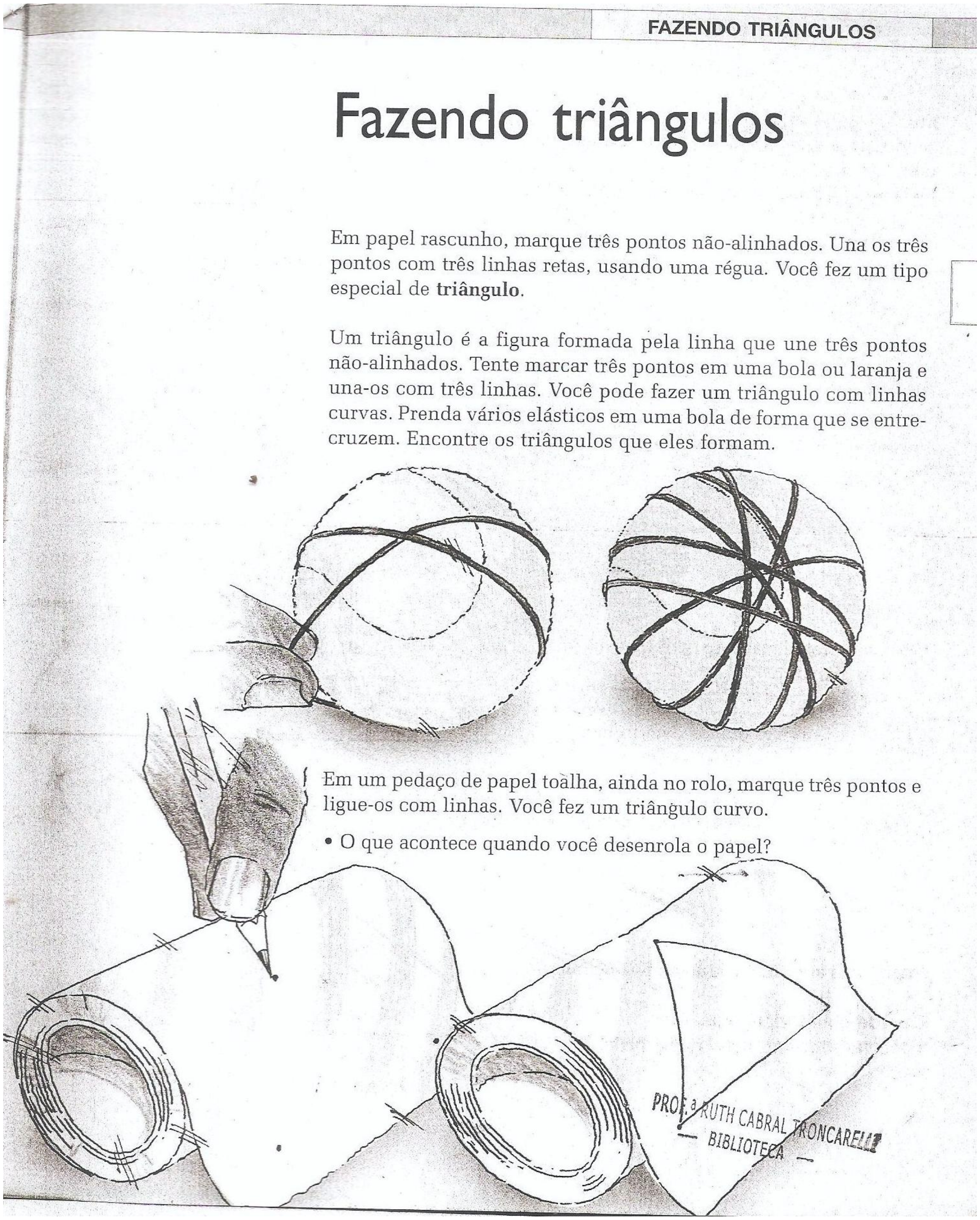
A. Toma ai, vai devagar.

B. Siga o fluxograma.

E. Só você vai fazer é?

B. Cada um faz uma vez.

Essa atividade foi realizada mais de uma vez justamente pela motivação que essa atividade promove. Os alunos “travam” uma disputa saudável de quem consegue fazer em menor tempo. O trabalho em grupo possibilita um estímulo para resolver as atividades. Ao final desta tarefa é possível afirmar que os alunos já utilizam a linguagem geométrica de forma mais eficiente, mas não estão próximos de avançar para o nível posterior do pensamento geométrico do casal van Hiele. Segundo o casal, só podemos avançar de um nível para outro após esgotar as possibilidades do nível anterior.


FAZENDO TRIÂNGULOS

Fazendo triângulos

Em papel rascunho, marque três pontos não-alinhados. Una os três pontos com três linhas retas, usando uma régua. Você fez um tipo especial de **triângulo**.

Um triângulo é a figura formada pela linha que une três pontos não-alinhados. Tente marcar três pontos em uma bola ou laranja e una-os com três linhas. Você pode fazer um triângulo com linhas curvas. Prenda vários elásticos em uma bola de forma que se entrecruzem. Encontre os triângulos que eles formam.

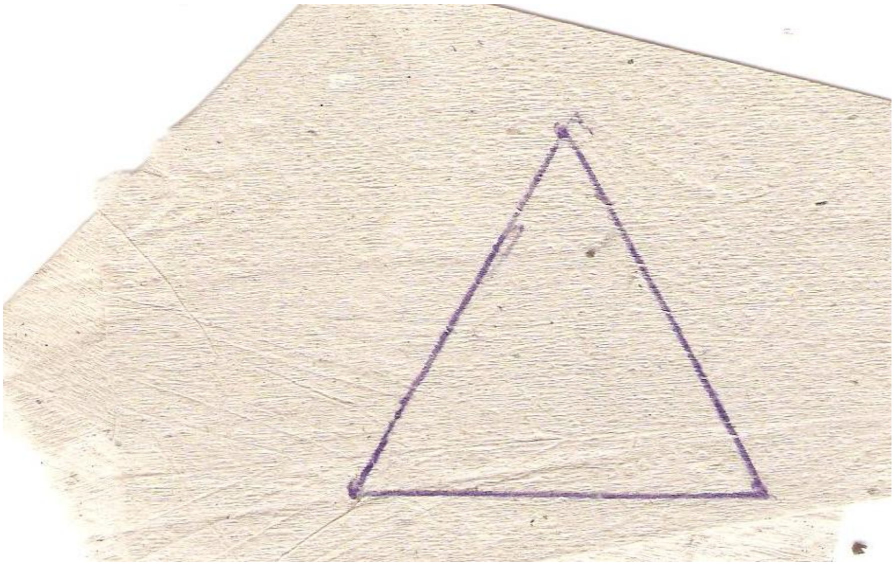
Em um pedaço de papel toalha, ainda no rolo, marque três pontos e ligue-os com linhas. Você fez um triângulo curvo.

- O que acontece quando você desenrola o papel?

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 7.

Figura 7 exercício 4



. Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 7.

Figura 8 resolução do exercício 4

Um triângulo é uma figura formada pela linha que une três pontos não alinhados. Tudo bem turma?

A. Se os pontos forem retos não dá um triângulo?

B. Os pontos não são retos, são pontos. Ponto é ponto e reta é reta. Dã.

F. Ele quis dizer alinhado, não é mesmo?

Alguns conceitos são compartilhados e esclarecimentos sobre conceitos são compartilhados através do trabalho em grupo.

D. Isso mesmo, foi mau.

A. Vamos continuar, tente marcar três pontos não alinhados. Agora tente fazer o mesmo em uma bola ou laranja.

B. Deixa que eu faça daí. Primeiro no papel, pronto. Pega ai essa bola de tênis o E, vou marcar com caneta. Pronto, e agora?

E. Você é muito folgado, não dá triângulo redondo.

B. Pega ai que a gente vê o que vai dar.

A. Agora vamos unir esses pontos. O que aconteceu?

B. No papel formou um triângulo, mas na bola acho que não, o E tava certo.

E. Não falei, eu faço tudo ai sozinho.

A afirmação do aluno E mostra que este ainda não tem a noção do trabalho em grupo.

C. Um triângulo não pode ser arredondado? E a pizza não é um triângulo?

F. Que eu lembre um triângulo é formado por retas.

E. Segmentos de retas, a pizza tem a borda que é redonda.

A. É mesmo, vocês não veem que o cara fica rodando aquele disco?

B. É mesmo, então vamos continuar.

Uma discussão entre alguns objetos concretos e presentes na realidade dos alunos surge. Neste momento as discussões envolvendo o tema auxiliam a apropriação de alguns conceitos sobre triângulos.

A. Prenda alguns elásticos ao redor da bola de forma que se cruzem. Encontre os triângulos que foram formados.

B. Espera ai, se diz ai que forma triângulo e a gente viram que não tem, então tem triângulo curvo?

D. Acho que devemos imaginar esses elásticos esticados na mesa.

F. No plano né?

A. Em um rolo de papel trace um círculo utilizando algo redondo.

B. Pode ser com o compasso, não tem nada redondo aqui.

A. Acho que pode, tem que ser redondo.

F. Com o compasso dá. Deixa que eu faça pronto.

A. Agora recorte a figura e dobre ao meio. Essa marca é o diâmetro.

A. O que é diâmetro? Quem sabe?

Surge um silêncio então C diz:

C. Pega o livro, quem tem?

A. Eu não tenho.

B. Nem eu, e agora?

F. Eu tenha, vamos ver.

Nos momentos de dificuldades o grupo recorre ao material didático mais próximo, o livro didático.

C. O diâmetro vai de ponta em ponta.

D. Círculo não tem ponta.

A. Agora faça uma marca, com um lápis, na circunferência. Faça uma dobra que vai desde o diâmetro até este ponto.

E. Pronto, e agora?

A. Faça o mesmo do outro lado. Que figura você formou?

F. Um triângulo e veio do círculo, igual à hora da bola.

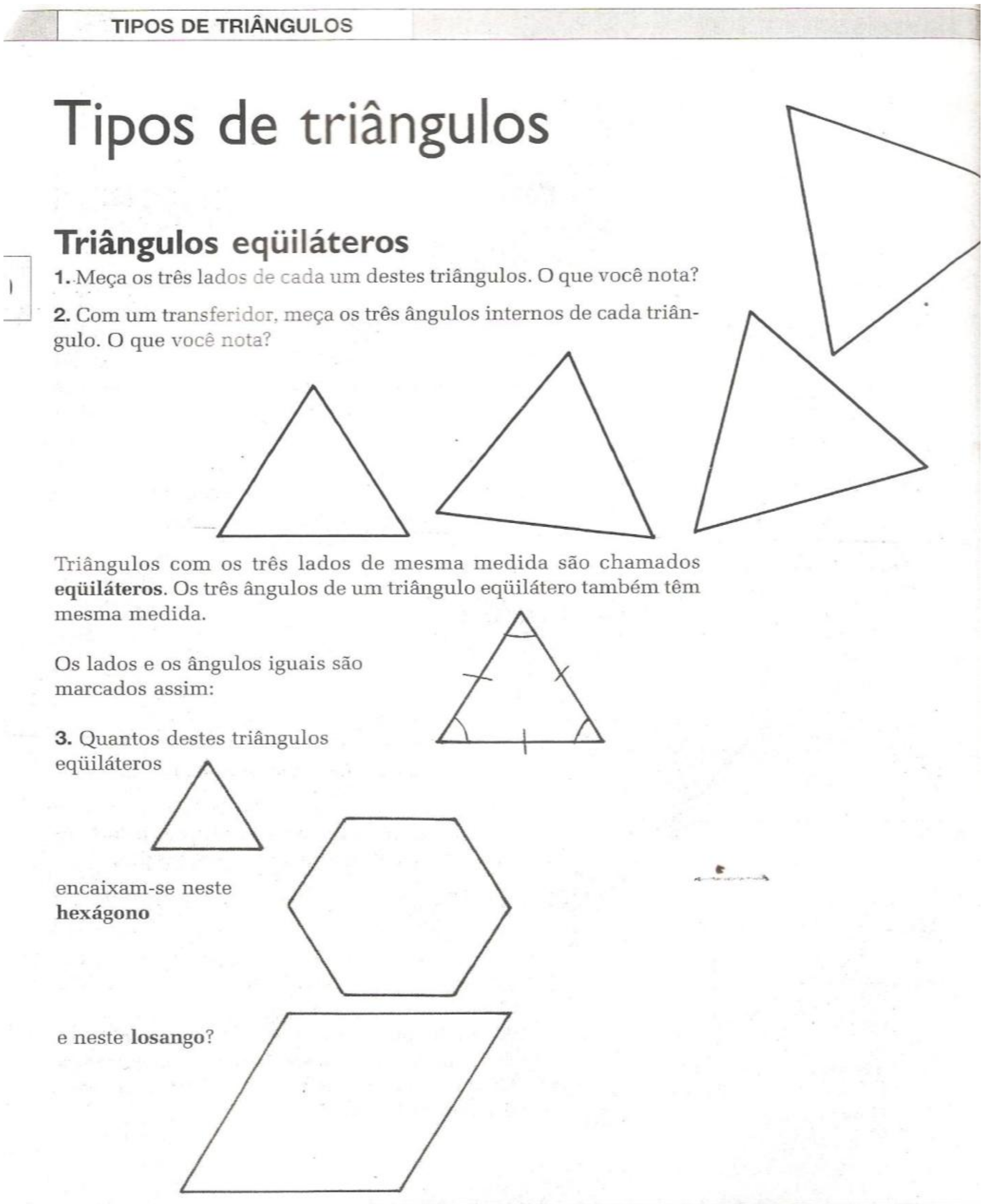
C. Mas aqui dobramos tirando as partes redondas.

D. É mesmo.

Nesta atividade foi possível perceber que a cooperação e a troca de experiências que o trabalho em grupo possibilita trocando conhecimentos sobre espaço e forma que foram exploradas de maneira natural e clara, alguns conceitos foram resgatados e alguns começam a apresentar sinais.

É possível afirmar que, a partir do surgimento de termos específicos da matemática, em especial de geometria, os alunos traziam um conhecimento prévio. Termos como meio, diagonal, transferidor, entre outros, que revelam a possibilidade de apropriação prévia e conhecimento do que se trata.

A próxima atividade propõe aos alunos que construam alguns triângulos com o propósito de incorporar os conhecimentos prévios sobre tipos de triângulos, quanto aos lados e quanto aos ângulos. Essa atividade foi retirada do livro "É tempo de matemática" escrito por Name (2010). Com os resultados materiais apresentados é possível perceber que o grupo mostra um perfil participativo de todos os componentes. Foi possível observar também que, durante a realização das atividades uns ajudam aos outros de forma natural, o trabalho em grupo se torna evidente ao escolher ferramentas e auxiliar, principalmente com relação à linguagem matemática. Os termos surgem sempre acompanhados de uma entonação segura sobre o significado das expressões. A atividade propõe que os alunos validem algumas das experiências realizadas, pelo fato de que são necessários alguns procedimentos prévios para a obtenção do resultado final.



Tipos de triângulos

Triângulos eqüiláteros

1. Meça os três lados de cada um destes triângulos. O que você nota?

2. Com um transferidor, meça os três ângulos internos de cada triângulo. O que você nota?

Triângulos com os três lados de mesma medida são chamados **eqüiláteros**. Os três ângulos de um triângulo eqüilátero também têm mesma medida.

Os lados e os ângulos iguais são marcados assim:

3. Quantos destes triângulos eqüiláteros

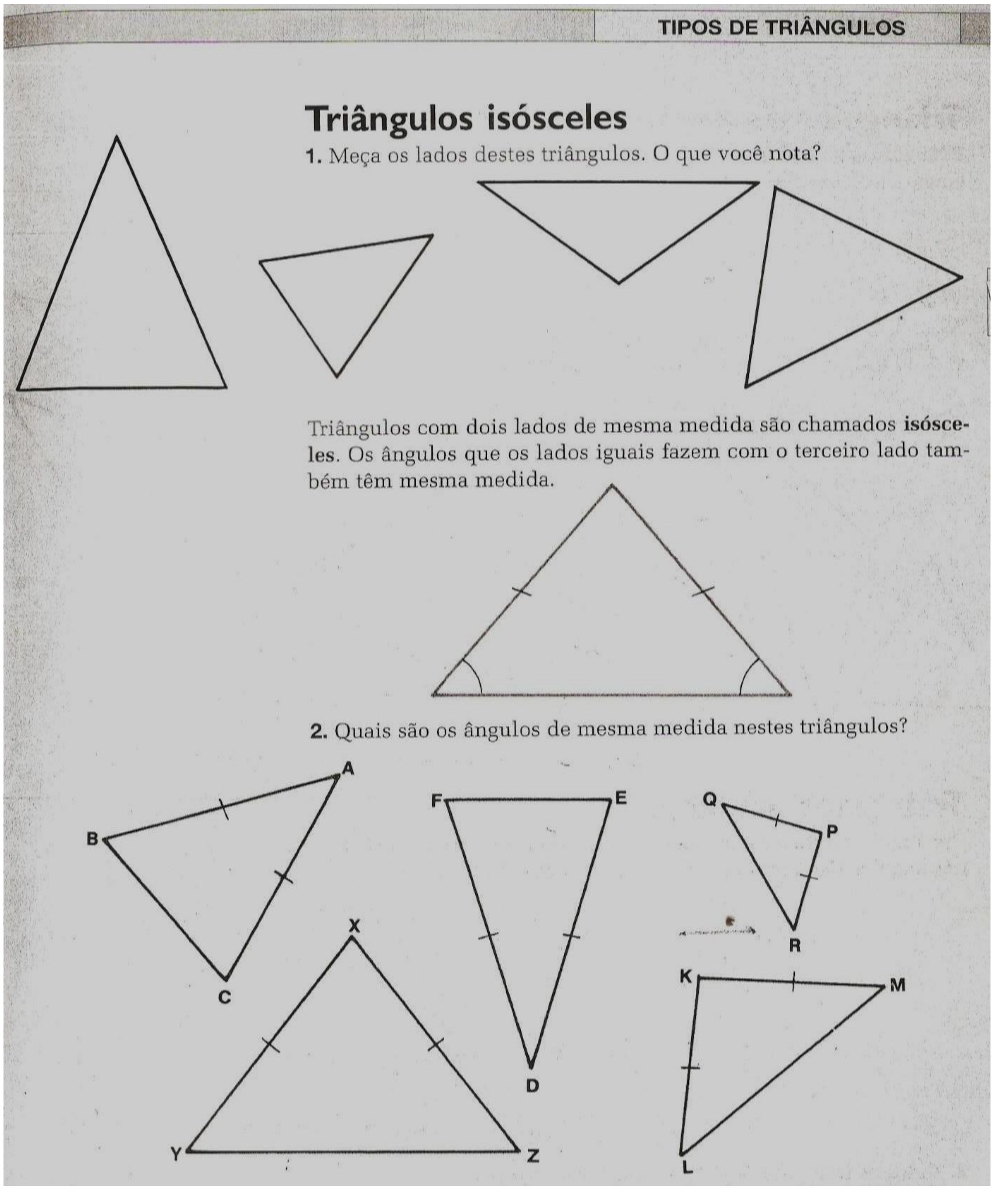
encaixam-se neste **hexágono**

e neste **losango**?

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 20.

Figura 9 exercício 5



TIPOS DE TRIÂNGULOS

Triângulos isósceles

1. Meça os lados destes triângulos. O que você nota?

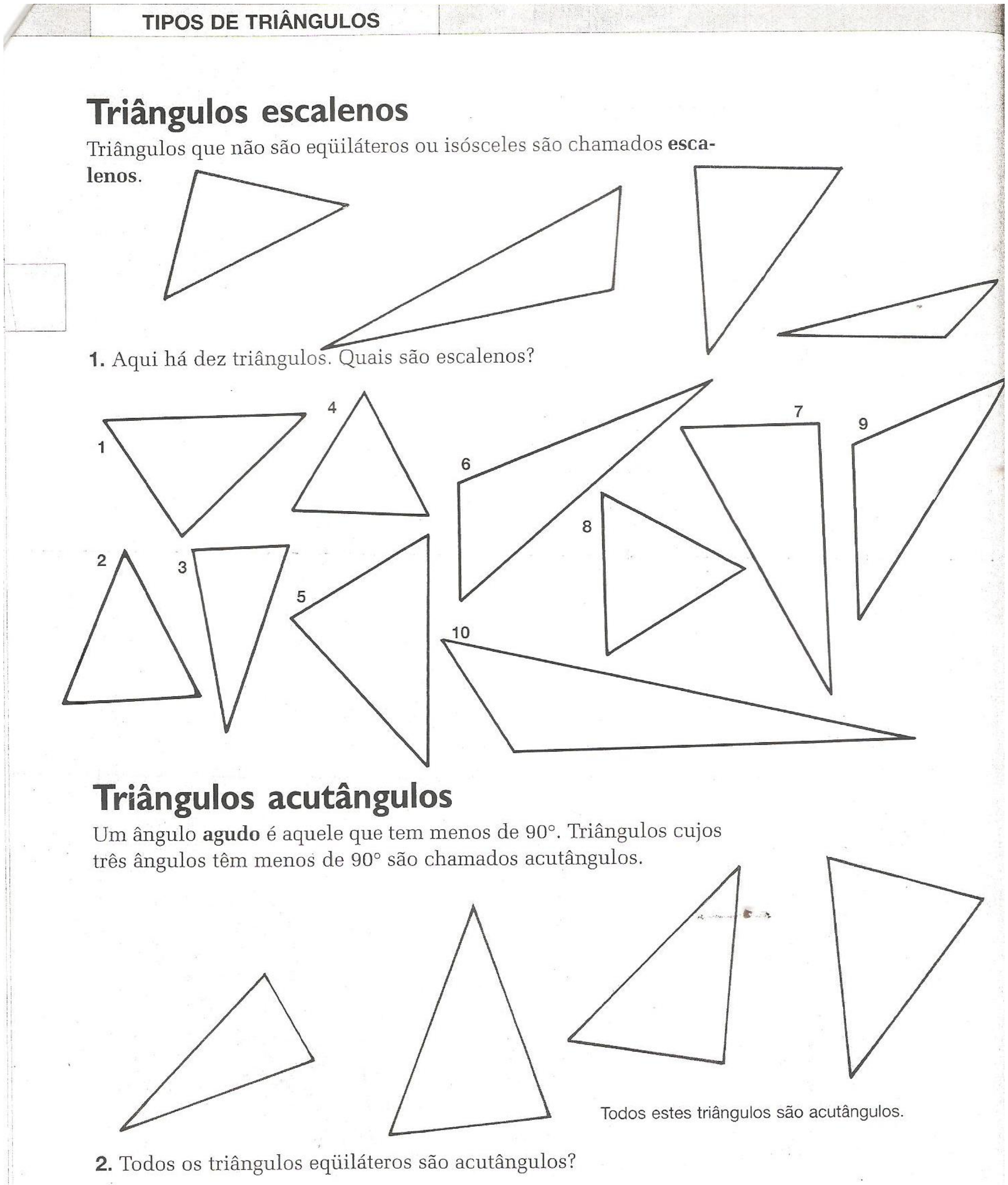
Triângulos com dois lados de mesma medida são chamados **isósceles**. Os ângulos que os lados iguais fazem com o terceiro lado também têm mesma medida.

2. Quais são os ângulos de mesma medida nestes triângulos?

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 10.

Figura 10 exercício 6


TIPOS DE TRIÂNGULOS

Triângulos escalenos

Triângulos que não são eqüiláteros ou isósceles são chamados **escalenos**.

1. Aqui há dez triângulos. Quais são escalenos?

Triângulos acutângulos

Um ângulo **agudo** é aquele que tem menos de 90°. Triângulos cujos três ângulos têm menos de 90° são chamados acutângulos.

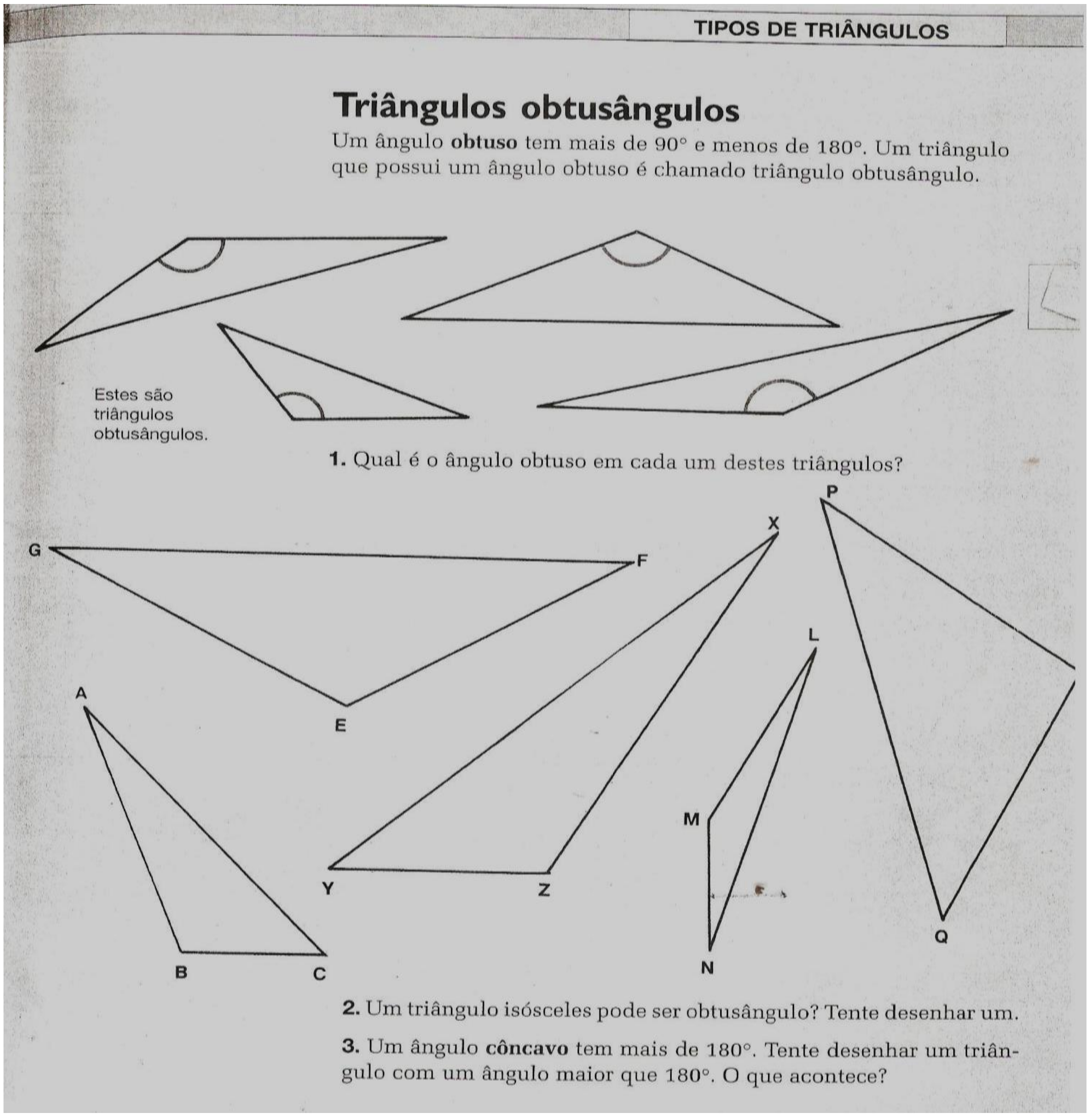
Todos estes triângulos são acutângulos.

2. Todos os triângulos eqüiláteros são acutângulos?

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 22.

Figura 11 exercício 7



TIPOS DE TRIÂNGULOS

Triângulos obtusângulos

Um ângulo **obtuso** tem mais de 90° e menos de 180°. Um triângulo que possui um ângulo obtuso é chamado triângulo obtusângulo.

Estes são triângulos obtusângulos.

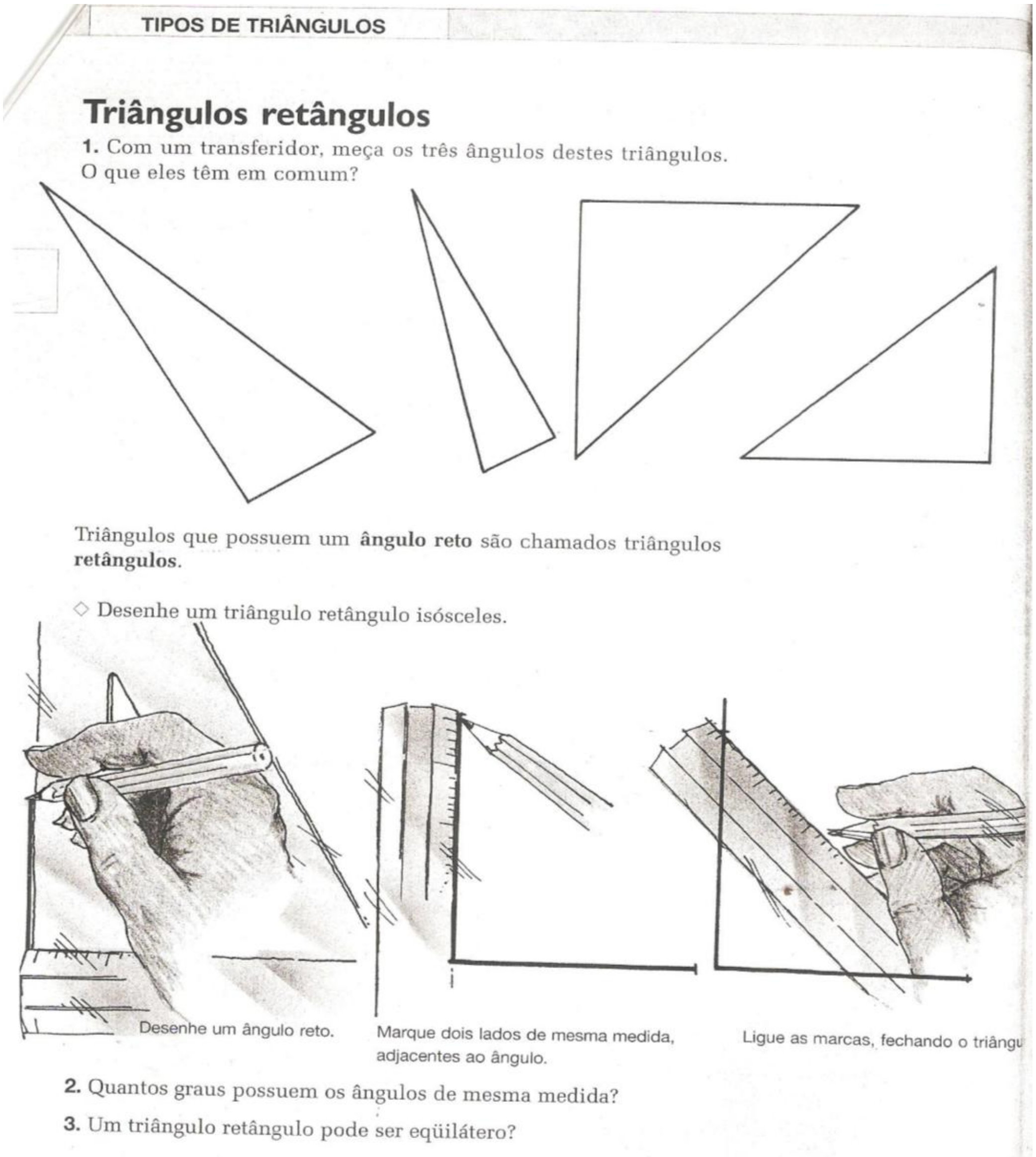
1. Qual é o ângulo obtuso em cada um destes triângulos?

2. Um triângulo isósceles pode ser obtusângulo? Tente desenhar um.
3. Um ângulo **côncavo** tem mais de 180°. Tente desenhar um triângulo com um ângulo maior que 180°. O que acontece?

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 23.

Figura 12 exercício 8



TIPOS DE TRIÂNGULOS

Triângulos retângulos

1. Com um transferidor, meça os três ângulos destes triângulos. O que eles têm em comum?

Triângulos que possuem um **ângulo reto** são chamados triângulos **retângulos**.

◇ Desenhe um triângulo retângulo isósceles.

Desenhe um ângulo reto.

Marque dois lados de mesma medida, adjacentes ao ângulo.

Ligue as marcas, fechando o triângu

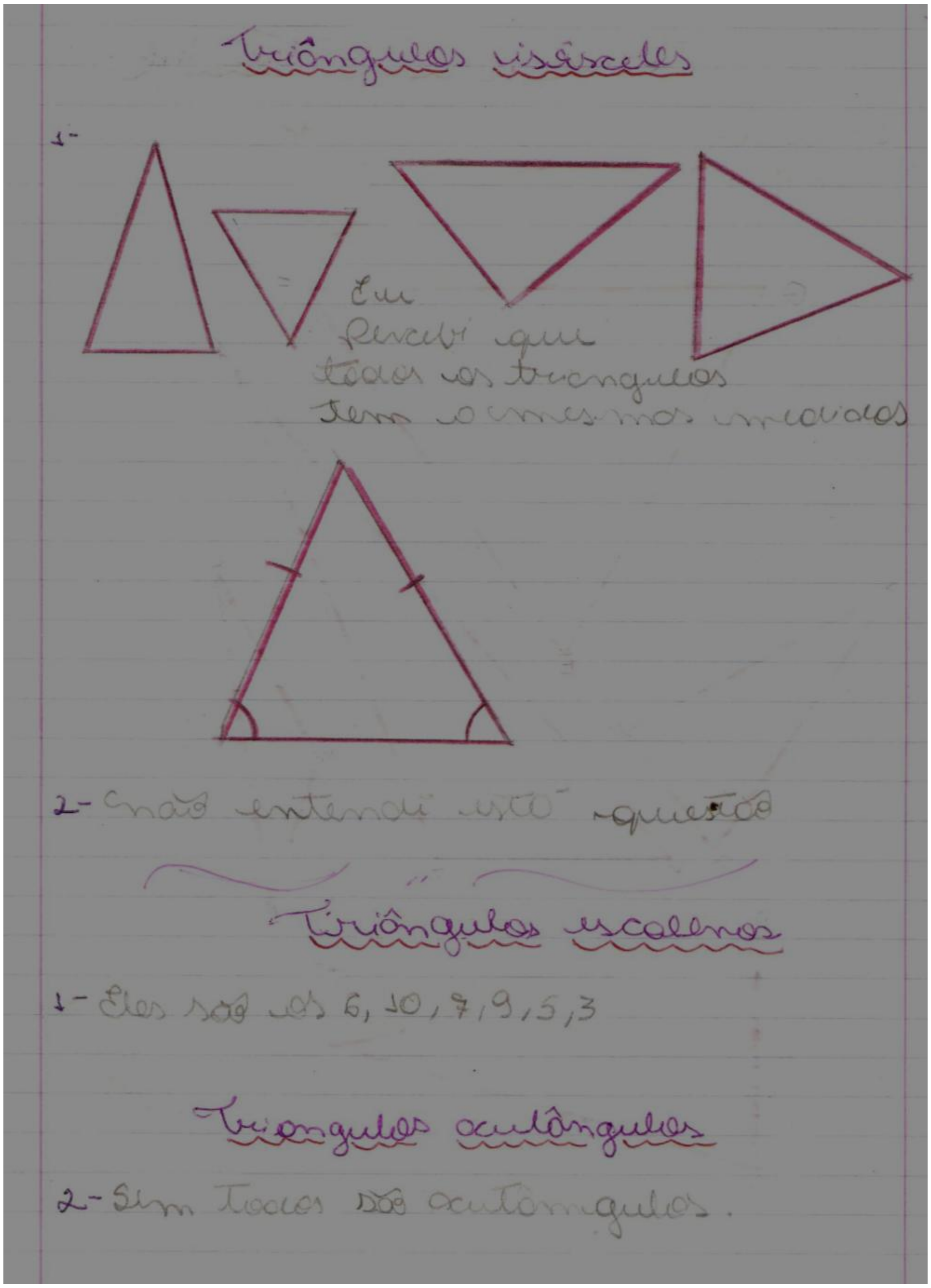
2. Quantos graus possuem os ângulos de mesma medida?

3. Um triângulo retângulo pode ser eqüilátero?

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 24.

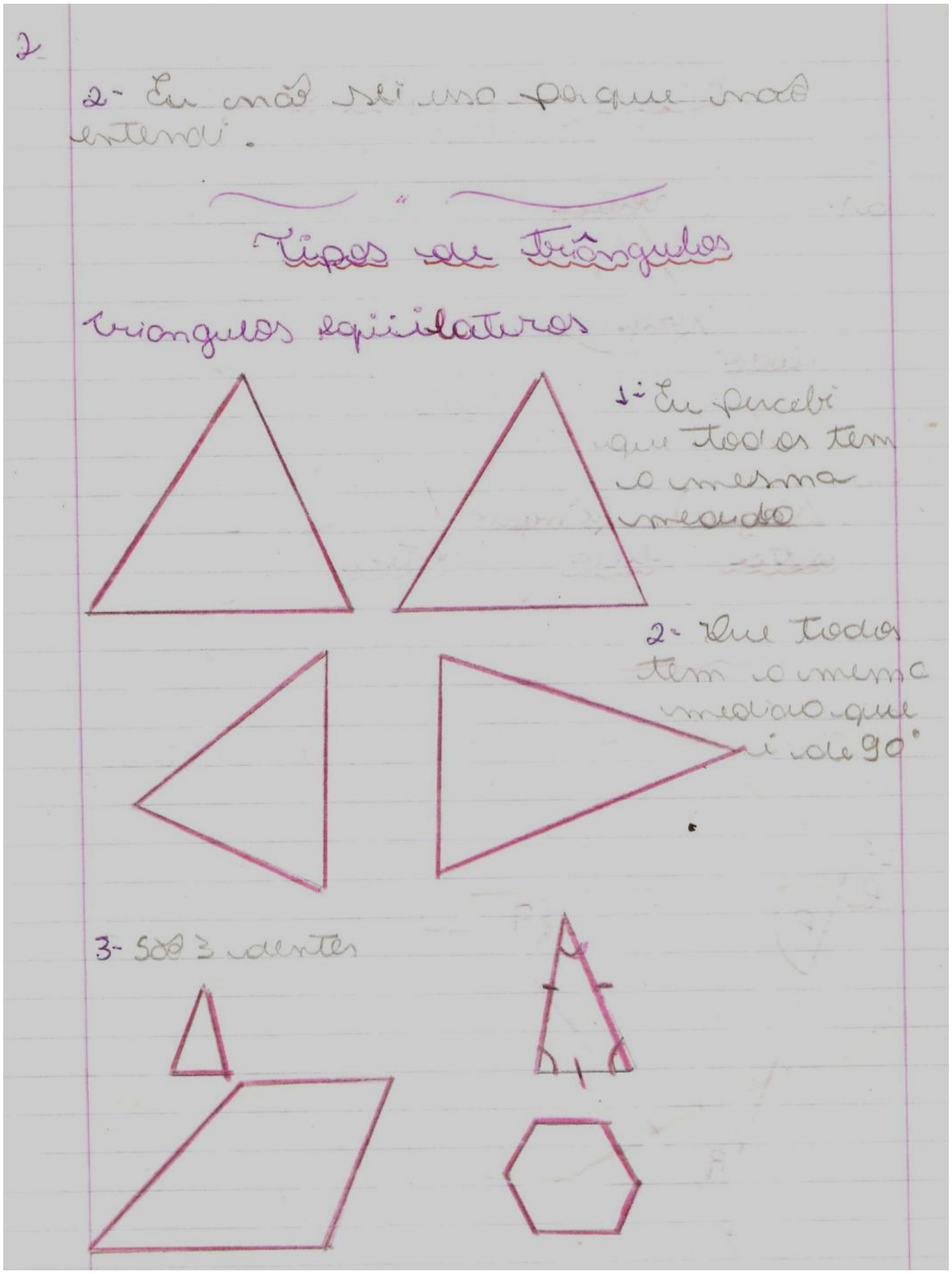
Figura 13 exercício 9



. Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 22.

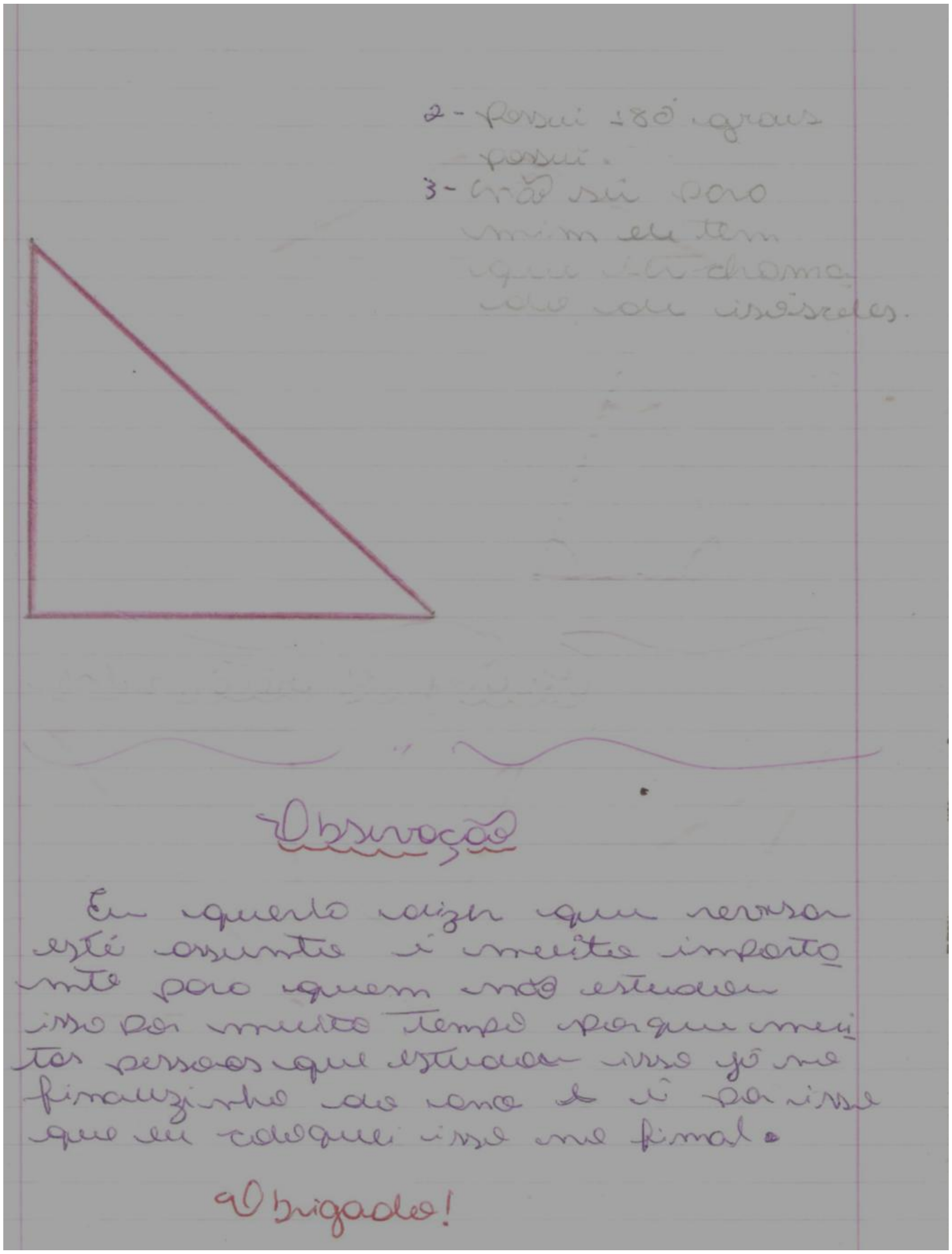
Figura 14 resolução do exercício 7



. Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 20.

Figura 15 resolução do exercício 8



2 - Possui 180 graus possui.
3 - Não sei para mim ele tem que se chama do ou isósceles.

Observação

Eu quero dizer que nessa esté assunto é muito importante para quem não estudou isso por muito tempo porque muitas pessoas que estudam isso já no finalzinho do ano e é por isso que eu coloquei isso no final.

Obrigado!

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 24.

Figura 16 resolução do exercício 9

Nessa atividade os comentários, sugestões e discussões foram colocados pelos próprios alunos, junto às resoluções dos itens propostos.

Na próxima atividade, alguns conceitos geométricos serão analisados pelos próprios alunos, tais procedimentos são necessários pela característica e apresentação da tarefa. Não estamos propondo uma mudança no nível do pensamento geométrico, pelo fato de não ser possível avançar de um nível para outro sem a total compreensão do nível anterior. Os alunos apresentaram algumas características do nível 2 ou de análise, o que não significa que alcançaram tal nível. Neste nível é possível que os alunos comecem a discernir algumas das

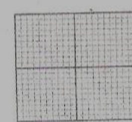
características das figuras, no nosso caso, dos triângulos.

TRIÂNGULOS EM UM QUADRADO

Triângulos em um quadrado

Experiência I

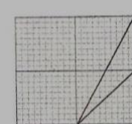
Você vai precisar de papel milimetrado. Trace um quadrado de 2 cm com dois quadradinhos de 1 cm de lado. Marque com pontos os vértices dos quatro quadradinhos de 1 cm (nove pontos).



Ligue quaisquer três pontos não-alinhados para formar um triângulo. Recorte o triângulo. Trace outro quadrado e encaixe o triângulo recortado sobre ele, em uma posição diferente.

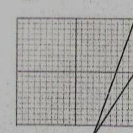
Cada ponto do triângulo deve tocar um dos pontos marcados no quadrado grande. Você pode girar o triângulo ou virá-lo (a face de baixo para cima).

- Trace a nova posição do triângulo no quadrado.
- Trace outro quadrado. Encontre outra posição para o triângulo. Trace o triângulo.
- Repita o procedimento, até que tenha traçado todas as posições possíveis para o triângulo, em quadrados distintos. Se você deslocar o triângulo em cada uma das linhas do quadrado, uma por vez, terá menos chances de ignorar uma posição.



Permitido

- Quando encontrar todas as posições para o triângulo, trace um novo quadrado e repita o processo com um triângulo diferente. Veja quantas são as posições possíveis.
- Tente com vários triângulos diferentes.
- Quantos desenhos diferentes existem para cada triângulo?
- Você pode prever quantos desenhos diferentes existem para um triângulo particular?



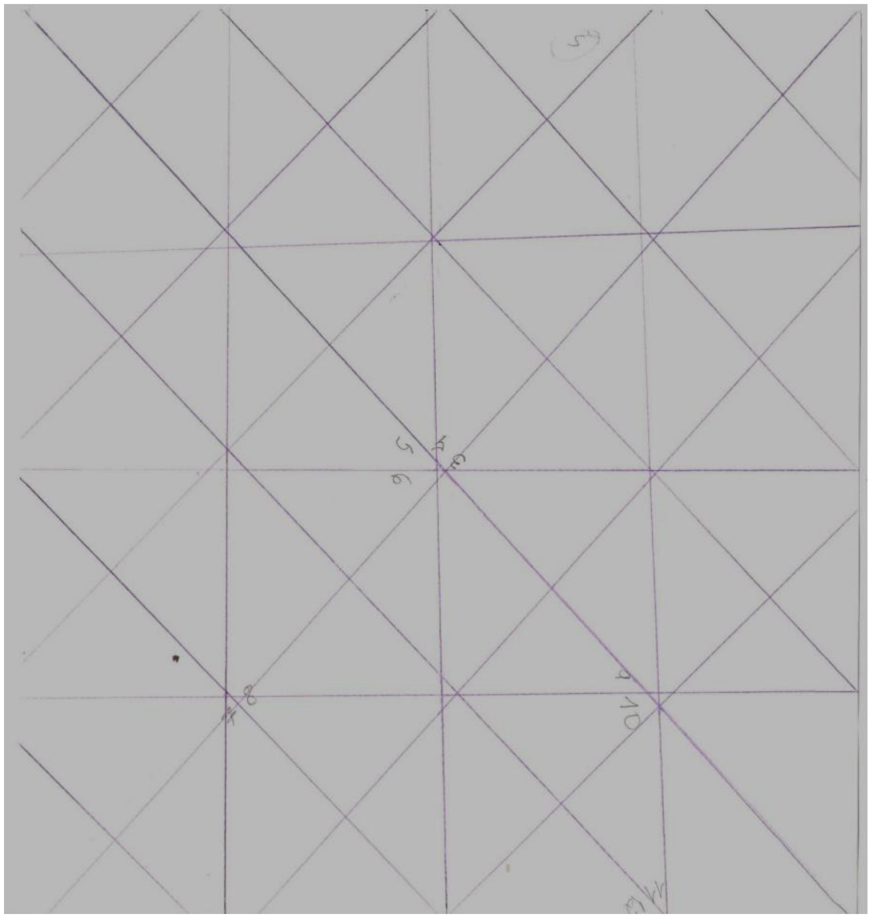
Não permitido

Guarde os seus desenhos.
Você vai precisar deles mais tarde.

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 18.

Figura 17 exercício 10



Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 18.

Figura 18 resolução do exercício 10

Um dos alunos toma a frente e lidera as atividades.

B. Vamos continuar turma. Pegue o papel quadriculado e trace um quadrado de 2 cm (utilize dois quadradinhos de 1 cm). Marque, com um lápis, um ponto em cada vértice dos quadradinhos menores.

C. Nesses aqui de dentro?

A. É nos vértices só to bom?

F. Pronto de nove pontos.

B. É isso mesmo, agora ligue três pontos não alinhados. O que aconteceu?

A. Formou um triângulo.

B. Agora recorte o triângulo e separe. Deixa ai de canto, agora faça outro quadrado semelhante ao primeiro.

E. Deixa- eu fazer, pronto e agora?

B. Encaixe o primeiro triângulo sobre o quadrado que acabou de fazer.

A. Coloca ai.

E. Não fica parado.

F. Põe com clipes. Pega ali ó.

E. Agora parou.

B. Cada ponto do triângulo deve tocar um dos pontos do quadrado grande. Agora gire o triângulo e veja o que acontece.

C. Não pode ficar fora né?

B. Não, olha só, sempre fica ai dentro do quadrado.

C.E fixando um ponto sempre dá um triângulo.

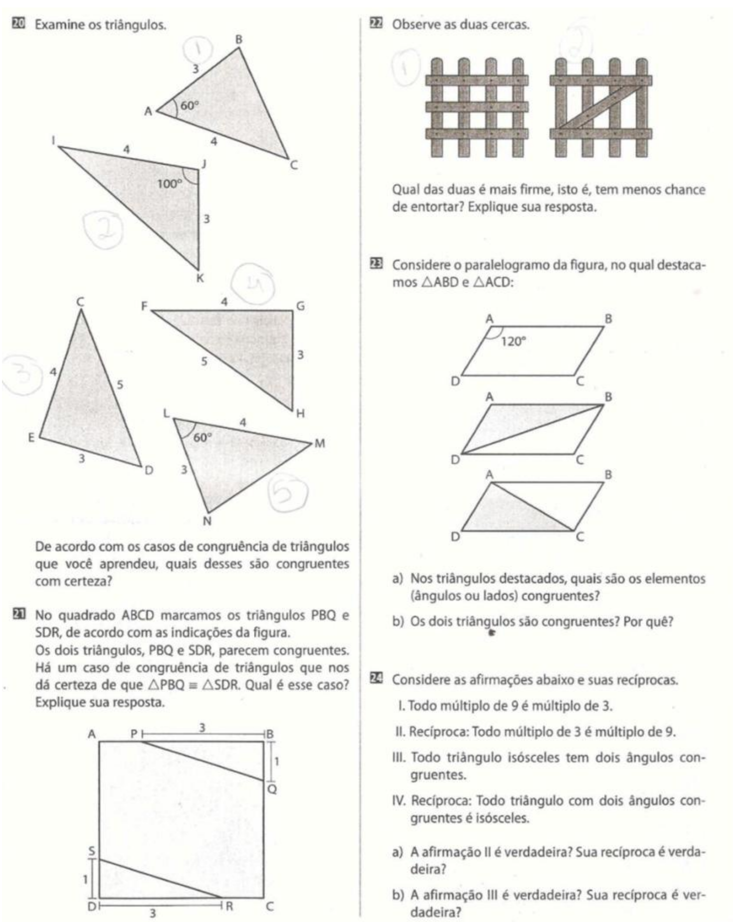
A.É meso, então um quadrado é formado por vários triângulos certo?

B. Vamos ver, faça o mesmo para outros quadrados, mudando apenas a forma dos triângulos.

A. É isso mesmo, sempre forma um quadrado.

Neste momento os alunos desenvolveram a mesma atividade com formas diferentes, e com as afirmações é possível perceber que algumas análises características das figuras em questão. É possível avançar para o nível 2 ou dedução informal. Neste nível os alunos são capazes de estabelecer propriedades relativas a uma determinada figura através de suas análises. As atividades propostas a partir desta exigirão que os alunos utilizem as apropriações realizadas nas anteriores.

Na próxima atividade os exercícios propostos possibilitam aos alunos uma visualização mais objetivas das características dos triângulos através da interpretação dos problemas e posterior resolução dos mesmos.



20 Examine os triângulos.

De acordo com os casos de congruência de triângulos que você aprendeu, quais desses são congruentes com certeza?

21 No quadrado ABCD marcamos os triângulos PBQ e SDR, de acordo com as indicações da figura.
Os dois triângulos, PBQ e SDR, parecem congruentes. Há um caso de congruência de triângulos que nos dá certeza de que $\triangle PBQ \equiv \triangle SDR$. Qual é esse caso? Explique sua resposta.

22 Observe as duas cercas.

Qual das duas é mais firme, isto é, tem menos chance de entortar? Explique sua resposta.

23 Considere o paralelogramo da figura, no qual destacamos $\triangle ABD$ e $\triangle ACD$:

a) Nos triângulos destacados, quais são os elementos (ângulos ou lados) congruentes?

b) Os dois triângulos são congruentes? Por quê?

24 Considere as afirmações abaixo e suas recíprocas.

I. Todo múltiplo de 9 é múltiplo de 3.

II. Recíproca: Todo múltiplo de 3 é múltiplo de 9.

III. Todo triângulo isósceles tem dois ângulos congruentes.

IV. Recíproca: Todo triângulo com dois ângulos congruentes é isósceles.

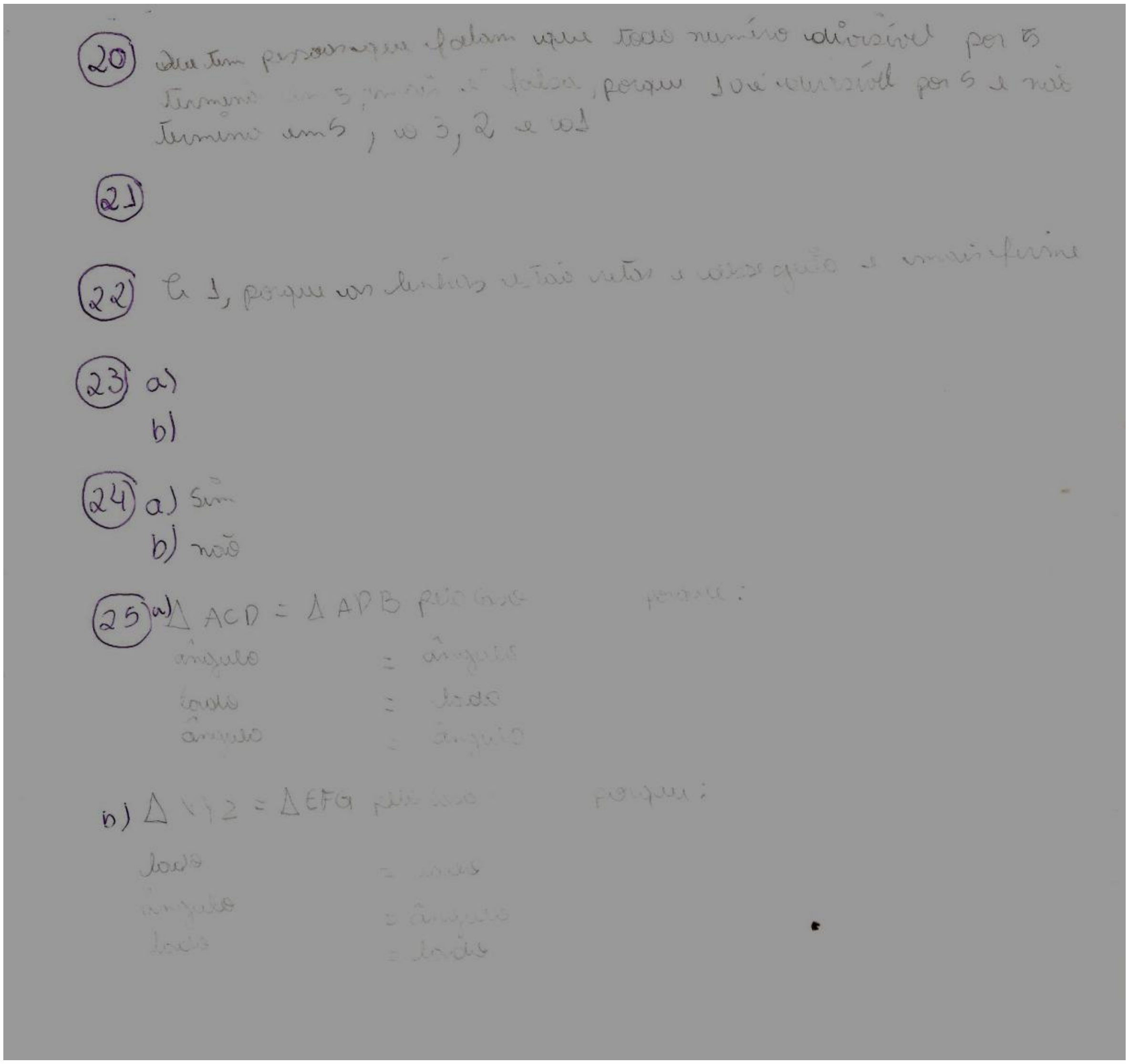
a) A afirmação II é verdadeira? Sua recíproca é verdadeira?

b) A afirmação III é verdadeira? Sua recíproca é verdadeira?

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 25.

Figura 19 exercício 11



20)

21)

22)

23) a)
b)

24) a) Sim
b) não

25) a) Δ ACD = Δ APB pelo caso porque:
ângulo = ângulo
lado = lado
ângulo = ângulo

b) Δ = Δ EFG pelo caso porque:
lado = lado
ângulo = ângulo
lado = lado

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 25.

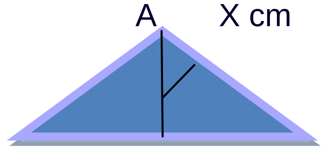
Figura 20 resolução do exercício 11

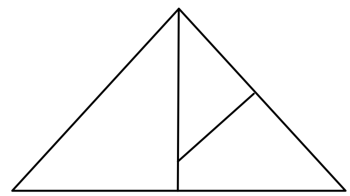
A próxima atividade foi adaptada a partir de uma combinação de exercícios contidos no livro - Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição. São Paulo. Scipione. 1998, com o propósito de preparar os alunos com exercícios que foram propostos para resolução na GD.

EXERCÍCIO 12

1- Os triângulos são semelhantes e os segmentos AH e MT são duas alturas correspondentes. Calcule a medida X na altura AH.

A X cm 45 cm





20 cm H

60 cm

a) 12; b) 18; c) 15; d) 17

2- Um obelisco de 12 m de altura projeta uma sombra de 4,8m de extensão. Calcule a distância máxima que uma pessoa de 1,80m de altura poderá se afastar do centro da base do obelisco para que, em pé, continue totalmente dentro da sombra.

a) 3,5m b)1,8m c) 4,8m d) 2,6m

3- Quais as relações que devemos observar para garantir a semelhança de triângulos nos seguintes casos:

a)- ALA

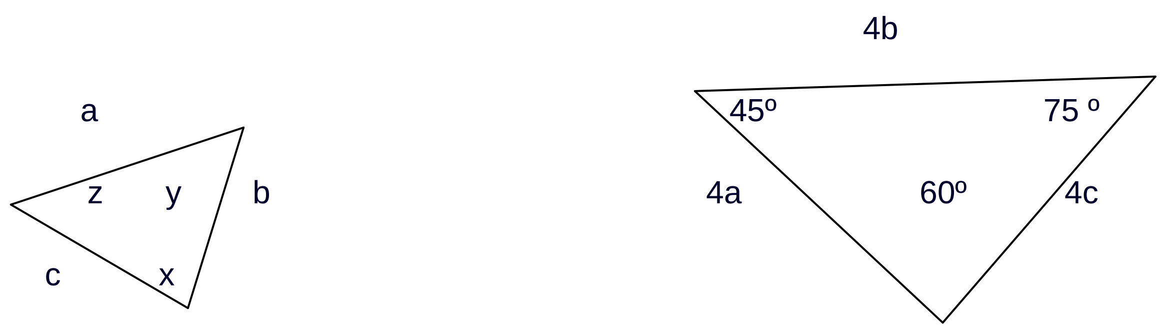
b)- LLL

c)-LAL

4- Os lados de um triângulo medem respectivamente 7 cm, 9 cm e 12 cm. Qual o perímetro de um triângulo semelhante cujo lado mede 21m.

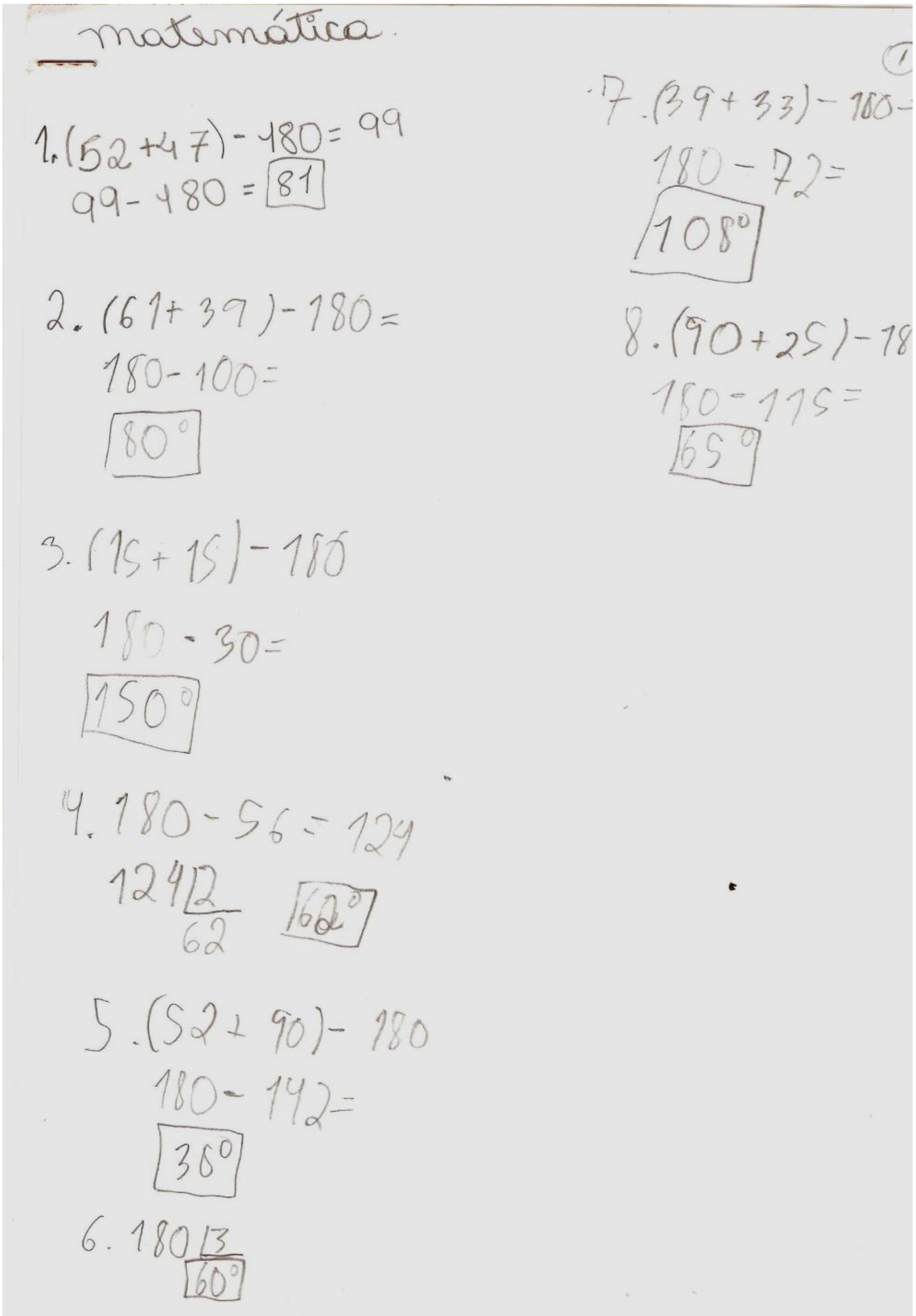
a)- 45 cm; b) 55 cm c) 60 cm d) 75 cm

5- Mostre que os triângulos são semelhantes e calcule x, y e z.



Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998.



matemática.

1. (52+47) - 180 = 99

99 - 180 = $\boxed{81}$

2. (61+39) - 180 =

180 - 100 =

$\boxed{80°}$

3. (15+15) - 180

180 - 30 =

$\boxed{150°}$

4. 180 - 56 = 124

124 / 2 = 62 $\boxed{62°}$

5. (52+90) - 180

180 - 142 =

$\boxed{38°}$

6. 180 / 3 $\boxed{60°}$

7. (39+33) - 180 -

180 - 72 =

$\boxed{108°}$

8. (90+25) - 18

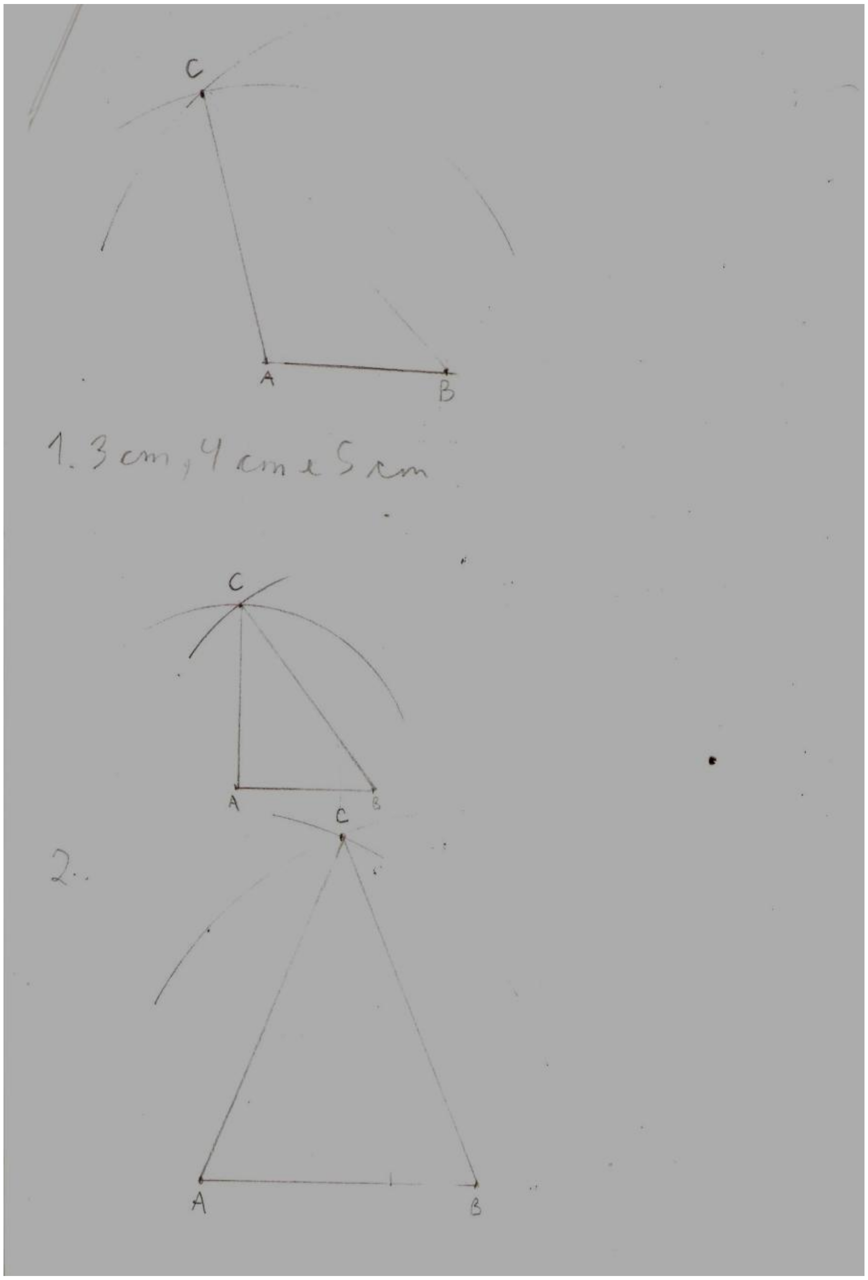
180 - 115 =

$\boxed{65°}$

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998.

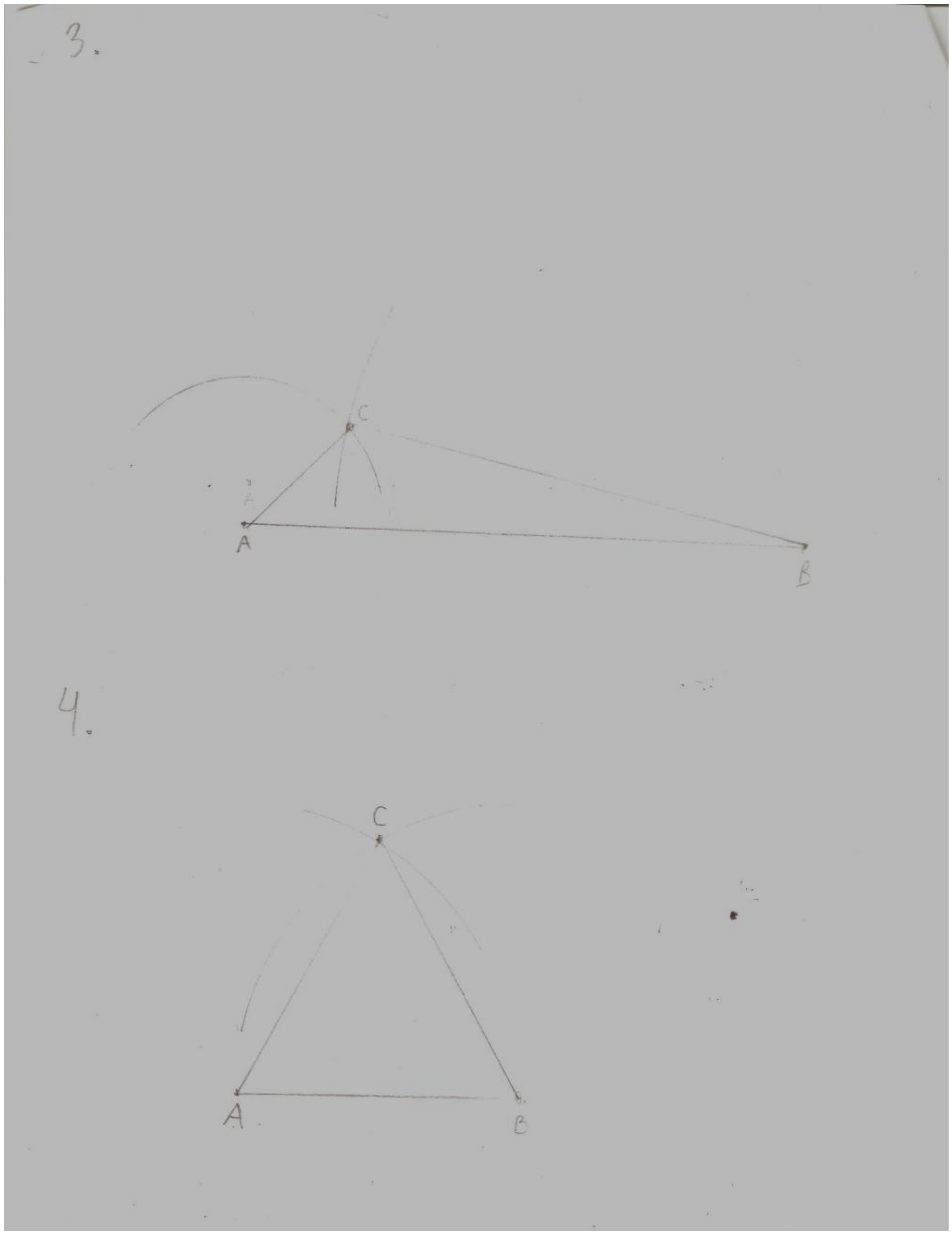
Figura 21 resolução do exercício 12



Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998.

Figura 22 resolução do exercício 12



Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

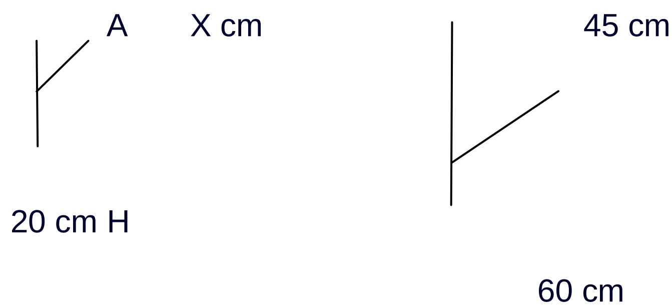
São Paulo. Scipione. 1998.

Figura 23 resolução do exercício 12

Neste encontro os alunos são conduzidos à sala de informática e dividem-se em duplas, de livre escolha. É valido deixar claro que eles já conheciam as ferramentas que teriam que utilizar, sendo essa as mesmas que utilizaram no papel. Nosso propósito não era verificar se os alunos sabiam manipular o software. As duplas eram A com D, B com C e E com F. Os exercícios são os mesmos da ficha anterior, mas adaptados para resolução em GD.

EXERCÍCIO 13

1- Construa, utilizando as ferramentas: Compasso, Reta por Dois Pontos e suas Variações e Polígonos. As ferramentas são de LIVRE ESCOLHA, as indicadas no exercício é apenas UM entre os Diversos Caminhos Possíveis. Os triângulos são semelhantes e os segmentos AH e MT são duas alturas correspondentes. Calcule a medida X na altura AH.



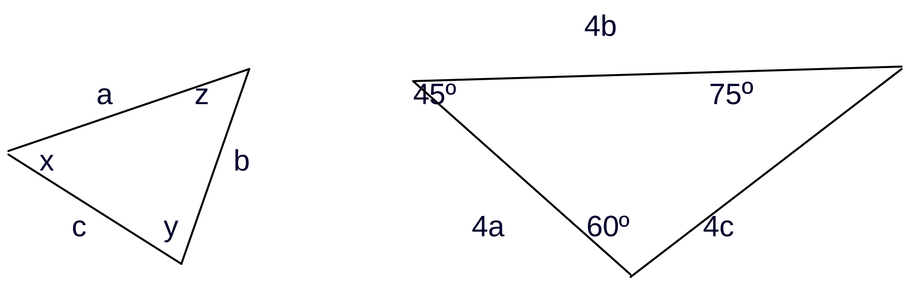
2- Um obelisco de 12 m de altura projeta uma sombra de 4,8m de extensão. Calcule a distância máxima que uma pessoa de 1,80m de altura poderá se afastar do centro da base do obelisco para que, em pé, continue totalmente dentro da sombra.

3- Para garantir a semelhança de triângulos nos seguintes casos, cada dupla vai construir um triângulo qualquer e salvar em um pen drive. Seguindo as disposições abaixo, a dupla constrói e passa. A dupla que recebe constrói resolvendo o caso de semelhança e assim por diante.

a)- ALA
b)- LLL
c)-LAL

4- Construa o triângulo proposto a seguir, em qualquer posição, salve no pen drive e passe para a próxima dupla, que resolverá o problema. Os lados de um triângulo medem respectivamente 7 cm, 9 cm e 12 cm. Qual o perímetro de um triângulo semelhante cujo lado mede 21m.

5- Construa o triangulo menor, salve no pen drive e passe para a próxima dupla, que resolverá o problema. Os triângulos são semelhantes e calcule x, y e z.



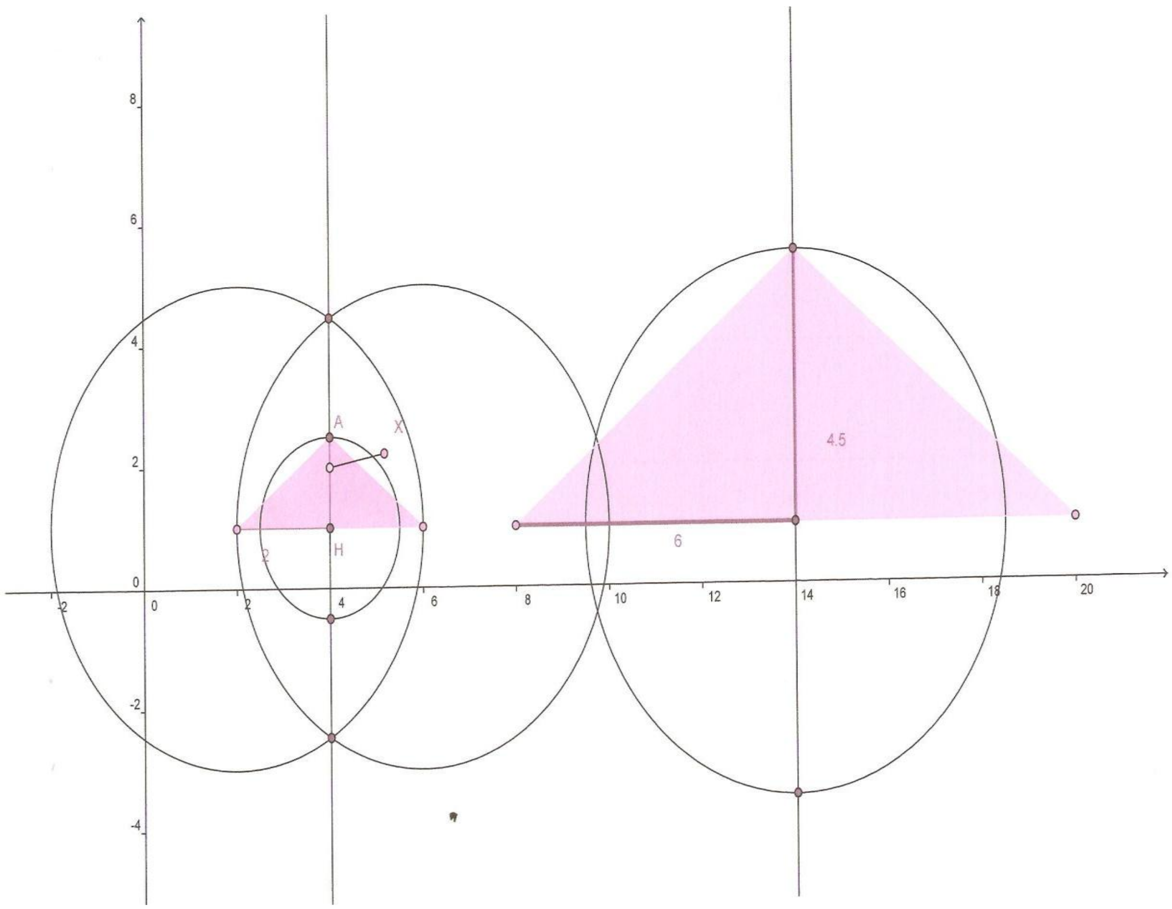
Fonte - Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. Sergio Quadros. 1ª Edição. São Paulo. Scipione. 1998.

O aluno A pergunta "O professor vai explicar?" ·.

C- O que vamos fazer?

E- Gente vai sentar.

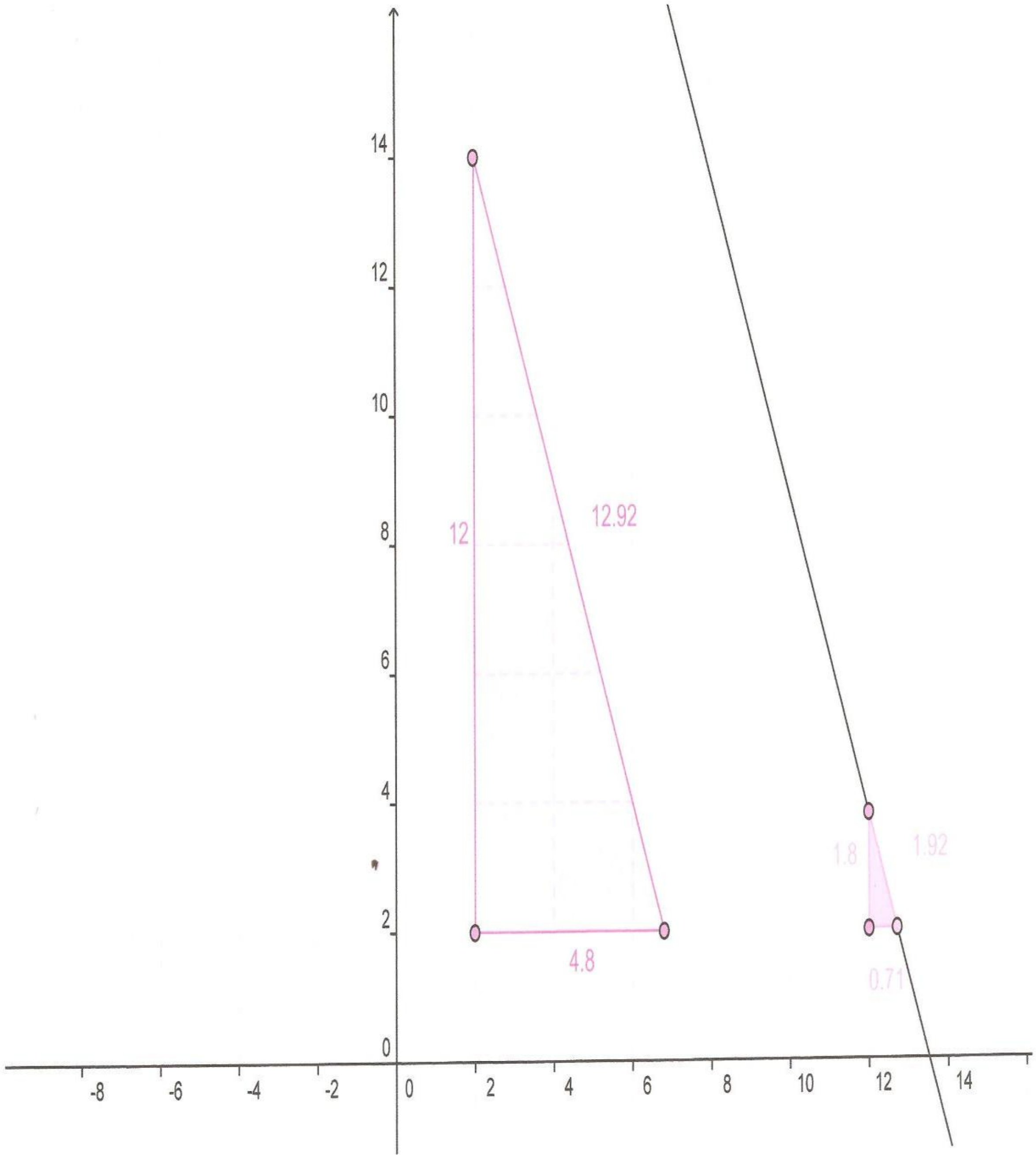
O pesquisador entra na sala e esclarece aos alunos que as realizações e discussões das fichas serão realizadas com a utilização das mesmas ferramentas manipuláveis que utilizaram nas construções no papel, mas através do auxilio da GD. É necessário deixar claro que os alunos já conheciam as ferramentas no software, a proposta não é verificar o conhecimento do software.



Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998.

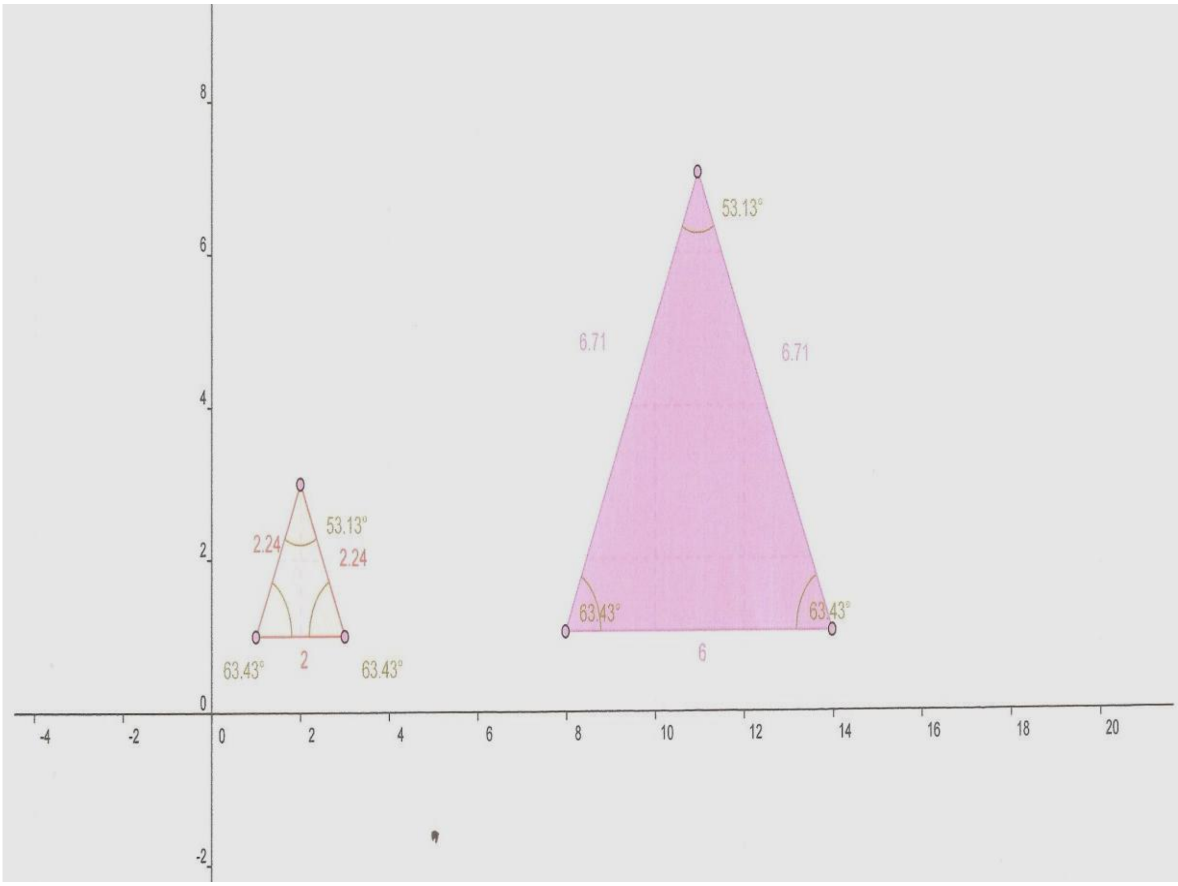
Figura 24 resolução do item 1 do exercício 13



Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998.

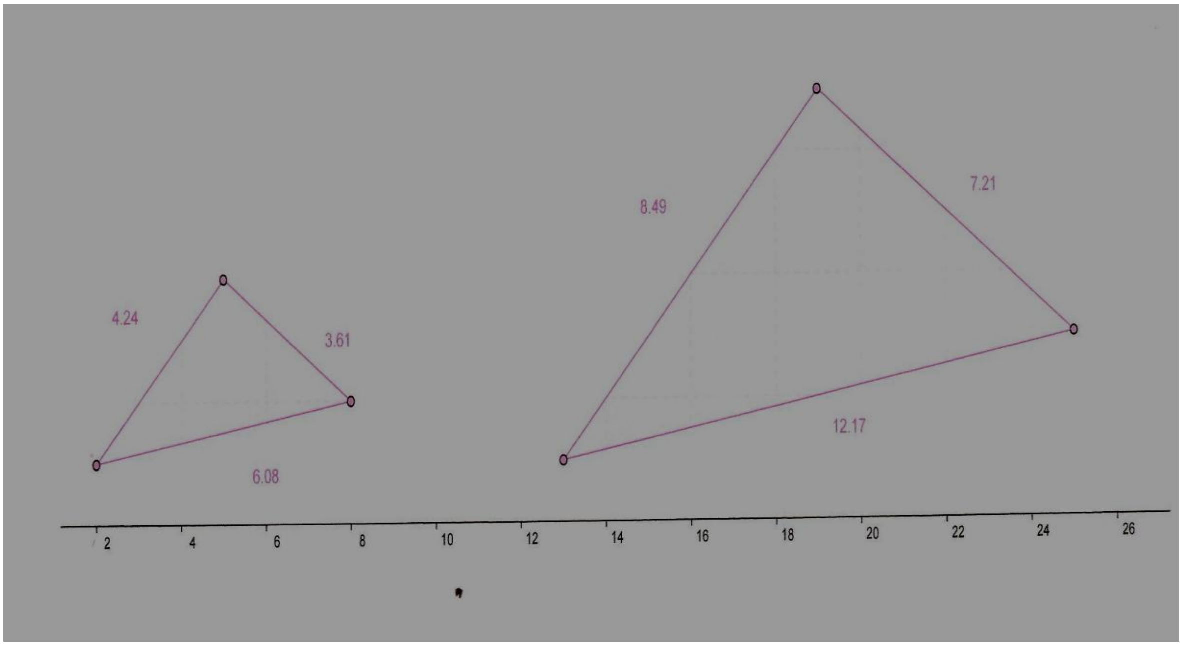
Figura 25 resolução do item 2 do exercício 13

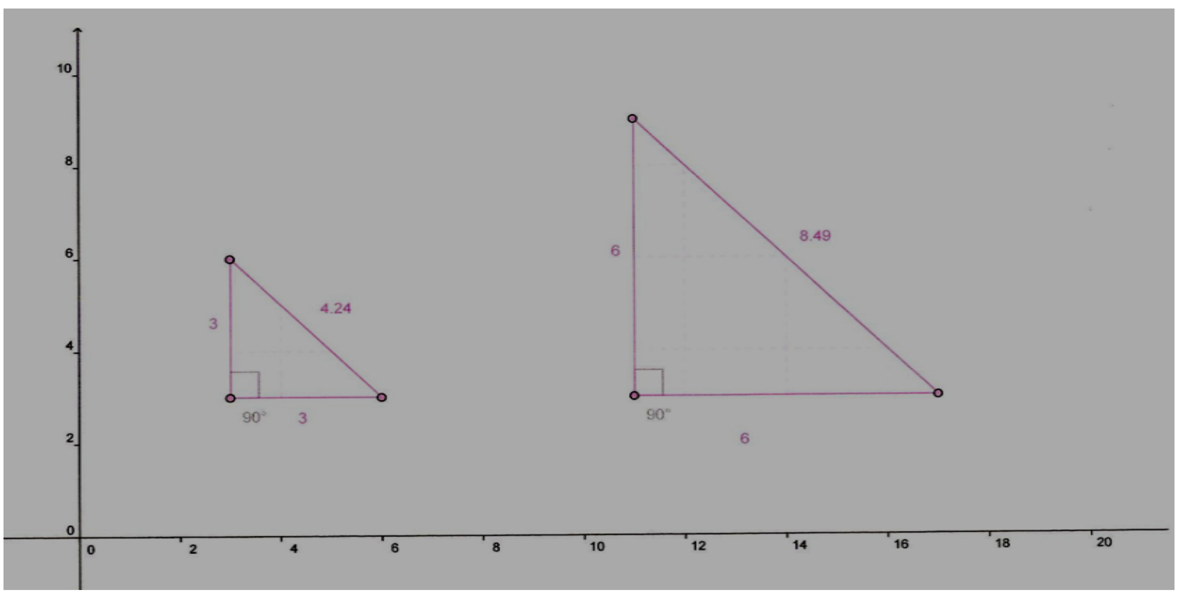


Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998.

Figura 26 resolução do item 3a do exercício 13

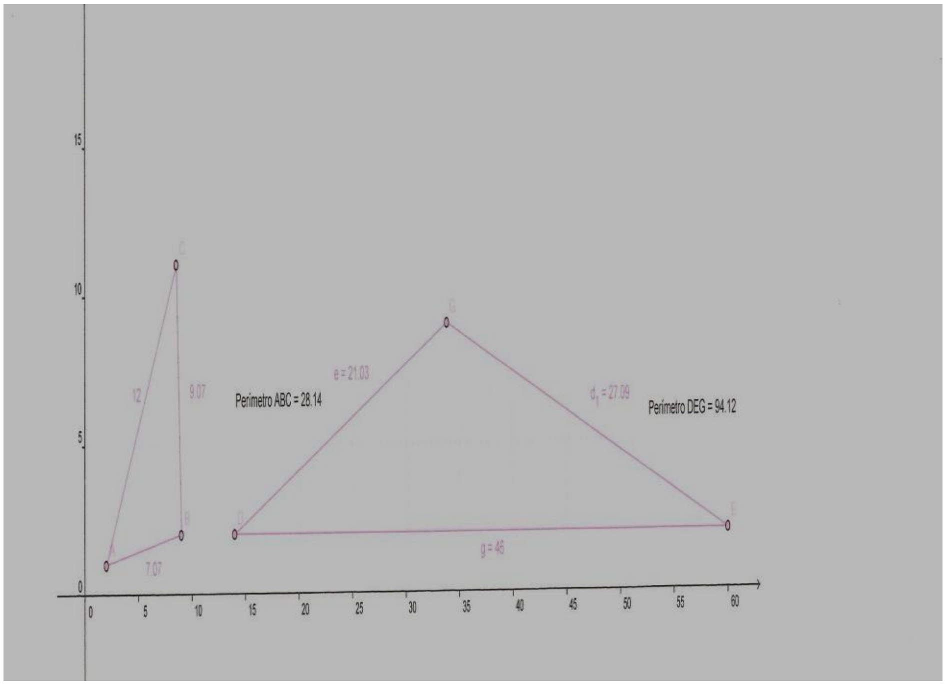


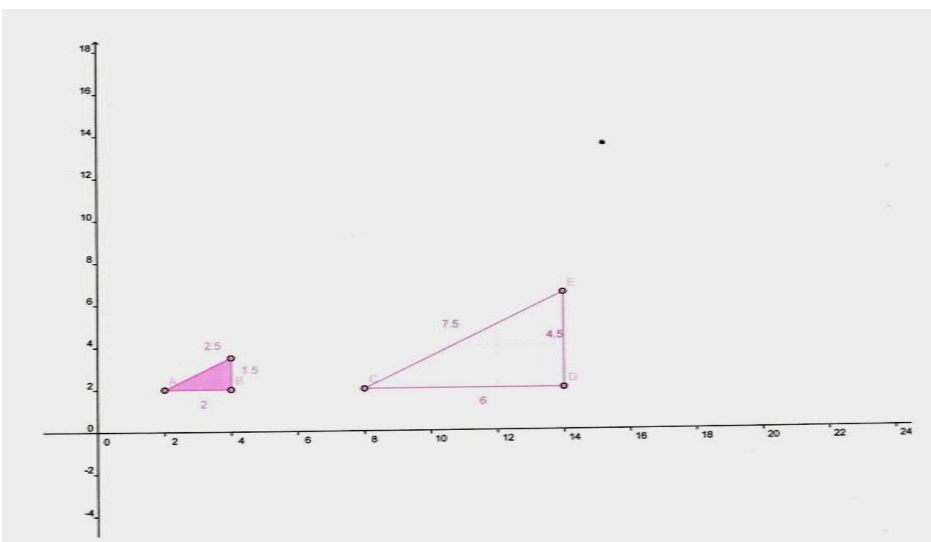


Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998.

Figuras 27 e 28 resoluções dos itens 3b e 3c do exercício 13





Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998.

Figuras 29 e 30. Resoluções dos itens 4 e 5 do exercício 13

O aluno A diz para que todos liguem os computadores.

B. Esconde a janela de álgebra?

E. Acho que sim, vamos construir triângulos.

B. Construir um triângulo qualquer.

B. Calcular a soma dos ângulos internos, com a ferramenta de medir.

C. O nosso deu 180º.

A. O nosso também, e o de vocês E F?

E. O nosso também, já estudamos isso.

Neste momento, mesmo trabalhando em duplas, o grupo ainda estabelece relações.

B. Agora vamos medir o perímetro dos triângulos.

E. Perímetro é aquela coisa de base vezes altura?

A. Acho que sim, mas não tenho certeza.

C. É melhor a gente ver né?

E. Quem tem livro ai?

A. Eu tenho, para ai E, vamos fazer direito.

E. A você é o maior nerd.

A. Vem cá, ajuda achar.

Neste momento todos se reúnem para esclarecer uma dúvida geral, novamente à interação do grupo com a proposta acontece.

A. Aqui ó, perímetro é a soma dos lados.

C. Viu como não era base vezes altura.

Neste momento é possível afirmar que o trabalho em grupo possibilita a troca de informações e, os conhecimentos prévios sobre ângulos direcionam o grupo no mesmo sentido. Quanto ao modelo de van Hiele é possível perceber que os alunos estão caminhando para o próximo nível, o nível de análise.

B. Agora vamos construir outro triângulo, medir apenas dois ângulos e descobrir o terceiro.

E. É fácil, se a soma é 180º, é só descobrir o valor menos 180º.

A.É mesmo fica fácil no computador.

Os conhecimentos individuais auxiliam o grupo na resolução de problemas.

B. Agora trace uma reta.

B. Utilizando o compasso, marque um ponto qualquer.

B. Faça o mesmo, mas em outro lugar na mesma reta.

B. Marque o ponto em que os arcos se encontrem.

B. Agora uma esses pontos.

C. Deu um triângulo.

E. O nosso também.

É possível perceber que, ao trabalharem de forma autônoma e individual os resultados são exibidos e similares entre o grupo.

B. Salve os triângulos no pen drive e troque com a outra dupla.

B. Como estão os triângulos recebidos?

E. O meu está torto.

C. O meu está de ponta cabeça.

F. Pode mover pra ficar igual?

B. Não vai ficar igual né?

B. Lógico, cada um fez um diferente.

O grupo já apresenta as possibilidades de diferentes caminhos para diferentes problemas.

B. Altere o triângulo que você recebeu até ficar igual ao seu.

Nesse momento os alunos conhecimentos prévios sobre a utilização das ferramentas e a possibilidade de resultados diferente para o mesmo problema. Segundo a fundamentação teórica, para que ocorram mudanças de níveis é necessário apropriação do nível anterior.

B. Agora, com triângulo de mesmo tamanho, multiplique os lados do seu por dois e os lados do que você recebeu por quatro.

C. Como faz?

A. Pega o lado de um e aumenta duas vezes e do outras quatro vezes.

B. Agora determine a razão entre os lados.

E. É dividir os lados?

B. É.

B. O que você percebeu?

E. E no meu deu dois.

A. No nosso também.

C. Tudo igual né,

As afirmações sobre as razões possibilitam ao grupo o conceito de que há mais de um caminho para resolver um mesmo problema.

B. Agora é pra medir os ângulos.

E. Os ângulos são iguais

C. É porque a gente fez triângulos iguais né?

A. É

B. Agora utilizando segmento de reta e compasso construa um triângulo.

B. Utilizando o mesmo procedimento, construa outro triângulo, com mesmo ângulo, mas com lados maiores.

B. O que você percebeu?

E. Que as divisões dos lados são iguais.

B. Todos deram iguais?

C. Deu.

Novamente as duplas comparam os resultados a fim de confiar nos resultados. Já é possível perceber algumas deduções, através de experimentações, As experiências em grupo, utilizando os recursos das TICs possivelmente permitem uma apropriação com maior facilidade.

B. Vamos fazer à última.

B. Construir três ângulos com a condição de que a soma seja 180º.

B. Agora, construindo segmentos de reta realize a união desses pontos.

B. O que aconteceu?

E. Formou um triângulo.

C. O nosso também.

Nesse caso as comparações permitem aos alunos uma segurança pelo fato de que o grupo compartilha dos mesmos resultados, isso mostra que a estrutura de um grupo possibilita uma maior segurança e autonomia ao aluno, enquanto indivíduo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A experiência de desenvolver esse trabalho foi muito interessante, desde o sorteio dos alunos que fizeram parte, momento em que a maioria dos integrantes da sala se ofereceu para integrar o grupo. Durante a execução das atividades propostas todos participaram, opinaram, apresentaram ideias, propuseram caminhos, enfim, mostraram um perfil de equipe.

As resoluções e as discussões possibilitaram, aos alunos, momentos de reflexão sobre seus procedimentos bem como os procedimentos dos colegas e um dos mais notáveis dentre esses procedimentos foi o “aprender a ouvir”. Esse aprendizado tornou o grupo mais participativo, no decorrer dos encontros, além de possibilitar que o aluno adquira uma maior segurança e autonomia para buscar suas estratégias de resolução e explicitar suas opiniões durante o trabalho. Essas características que o trabalho em grupo apresentou foram detectadas através das gravações em áudio, posteriormente escutadas pelo pesquisador.

Outro aspecto relevante foi à observação de que, no início das atividades, os alunos apresentaram algumas dificuldades em registrar os resultados obtidos em uma linguagem matemática. Na decorrência dos encontros os próprios alunos foram refinando seu vocabulário matemático e, deste modo adequando seus pensamentos e conclusões aos termos comuns da disciplina. Esse aprimoramento da linguagem trouxe, em alguns momentos, uma competição saudável entre os alunos que disputavam quem falava mais e melhor os termos obtidos. Consequentemente os registros tornaram-se mais claros e organizados, o que permite afirmar que quando os alunos trabalham em grupos os resultados adquiridos e a apropriação dos conceitos acontece de uma forma facilitada e objetiva.

Com relação à interação entre a GD e os materiais manipuláveis é possível afirmar que atividades de manipulação motivam e desafiam os alunos a trabalhar de forma cooperativa. Os materiais manipuláveis auxiliam o desenvolvimento da intuição, da formulação de hipóteses, na tentativa de explorar novos caminhos e perceber que em uma mesma situação é possível chegar ao mesmo resultado através de estratégias diferentes.

Notou-se também que, a partir de propostas de atividades em que o nível de dificuldade aumenta de forma progressiva a apropriação dos conceitos é facilitada e, ao interagir essa forma de resolução das atividades com a GD, o processo de ensino aprendizagem apresenta resultados mais eficazes. É possível concluir que à medida que o aluno sabe o que procura e qual objetivo quer alcançar a GD torna-se um material didático poderosíssimo, mas se o aluno não tem noção do que busca a mesma pode tornar-se um obstáculo na aprendizagem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVARES, Tânia G*.. A matemática da Reforma Francisco Campos em ação no cotidiano escolar.* 2004. Dissertação (Mestrado) PUC-SP, São Paulo.

ALVES, Maria da C. A.L. *As interações entre os instrumentos tradicionais de construções geométricas e o computador.* 2008. Dissertação (Mestrado), Universidade Severino Sombra, Rio de Janeiro.

ARAUJO, Péricles B.. *Situações de Aprendizagem: A circunferência e a mediatriz em uma abordagem com o GeoGebra*. 2010. Dissertação (Mestrado) PUC-SP, São Paulo.

ARAUJO, Denise C. A.. *Interações Existentes Entre a Matemática e Artes.* 2008. Dissertação (Mestrado) Universidade Severino Sombra, Rio de Janeiro.

BAGÉ, Idalise. B.. Proposta *para a Prática dos Professores do Ensino Fundamental I de Noções Básicas de Geometria e uso das TICs*. 2008. Dissertação (Mestrado) PUC-SP.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura, *Parâmetros Curriculares Nacionais, 5º à 8º séries.* 1998.

- Ministério da Educação. *Guia de Livros didáticos PNLD 2008: Matemática / Ministério da Educação.* Brasília: MEC, 2007.

- Ministério da Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental.* – Brasília: MEC/SEF, 1998.

- Ministério da Educação e Cultura, Secretaria de Educação Fundamental.

Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

- Ministério da Educação e Cultura, Orientações *Curriculares para o Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologia*s. 2008.

BERTUCI, M. C.. *A complexidade da profissão docente e seus desafios.* 2009. Dissertação (Mestrado) Universidade Severino Sombra.

BORDEAUX, Ana L.. *Matemática na vida e na escola. Manual do Professor Volume da 8ª série.* São Paulo: Editora do Brasil, 1999.

CAPISTRANO, Roberto de A.. *Aprendizagem significativa e softwares educativos: uma análise do Maple.* João Pessoa: UFPB, 2004(Dissertação de Mestrado).

CROWLEY, Mary L. O *modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.* (In: LINDQUIST, Mary; SHULTE, Albert (orgs)). Aprendendo e ensinando geometria. Tradução de Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan, *Educação Matemática da teoria à prática,* São Paulo: Papirus, 2004.

FIORANO, Carlos José, *Estudo Dirigido de Desenho para Ensino Programado.* São Paulo: Discubra. 1996.

FREE SOFTWARES FOUNDATION. *O que é o Software Livre?* Copyright (C) 2000. Disponível em <http://www.gnu.org/gnu/free-sw.pt.html>. Acessado em: 13 set 2012.

FUZARY, Maria F. de R.; FERRAZ, Maria Heloisa C. de T. *Arte na Educação Escolar.* 2ª edição. São Paulo: Cortez, 2006.

GIONGO, Affonso R., *Curso de Desenho Geométrico*, São Paulo: Nobel, 1986.

HERSHKOWITZ, Rina; BRUCKHEIMER, Maxim; VINNER, Sholomo. *Atividades com professores baseadas em pesquisa cognitiva.* In: LINDIQUIST, Mary. SHULTE, Albert P. Aprendendo e ensinando geometria. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. p. 273-289.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. *Matemática e Realidade*. 6ª edição. São Paulo. Atual, 2010.

JAPOR, Manyr *A. Matemática Industrial.* São Paulo: Lep, 1961.

JOTA, José C. P. *Geometria e Desenho Geométrico.* 3ª edição. São Paulo: 1991.

-. *Desenho Geométrico*. 2ª edição. São Paulo: Scipione, 1995.

LEI Nº. 9.609, DE 19 DE FEVEREIRO DE 1998. Dispõe sobre a proteção da propriedade intelectual de programa de computador, sua comercialização no País, e dá outras providências.

LEI Nº. 9.610, DE 19 DE FEVEREIRO DE 1998. Altera, atualiza e consolida a legislação sobre direitos autorais e dá outras providências.

LEONARDI, Angela C.; CANTELE, Bruna R. *Desenho Geométrico: Linguagem Visual.* São Paulo: IBEP, 2006.

LINDQUIST, MARY M.; SHULTE, Albert P. *Aprendendo e Ensinando Geometria.* Hygino H. Domingues. 3ª edição. São Paulo: Atual, 1994.

LOPES, Elizabeth T.; KANEGAE, Cecília F. *Desenho Geométrico*. 6ª edição. São Paulo: Scipione, 1996.

MACHADO, Ardevan, *Geometria descritiva,* São Paulo: editora Moderna, 1985

MARMO, Carlos M. B., *Curso de Desenho* C. Marmo, construções fundamentais. São Paulo: editora Moderna, 1981.

MOTA, Guldazio de Souza. *Demonstrações e reflexões sobre o processo ensino aprendizado.* 2008. Dissertação (Mestrado) Universidade Severino Sombra. Rio de Janeiro.

NAME, Miguel Assis. *Tempo de Matemática*. 2ª edição. São Paulo: do Brasil, 2010.

NASSER, Lilian. *O Desenvolvimento do Raciocínio em Geometria*. Boletim GEPEM nº 27, p. 93-99, Ano XV, 1990.

- *A Teoria de van Hiele para o ensino de geometria*. Anais do 1º

Seminário de Educação Matemática do Rio de Janeiro – Projeto Fundão-IM/UFRJ, 1993, p. 29-40.

NOBRIGA, J. Cássio C.; CLAUDIO, Luiz, *Aprendendo Matemática com Geogebra,* São Paulo: exato. 2010.

PEREIRA, Elsa M. B. *Ensino e Aprendizagem de Geometria em Ambientes de Geometria Dinâmica.* 2005. Universidade do Minho/ Instituto de Educação e Psicologia. Portugal.

PEREIRA, Maria R..de O. A *geometria escolar: uma análise dos estudos sobre seu abandono.* 2001. Dissertação (Mestrado) PUC-SP, São Paulo.

PESCUNA, Derna; CASTILHO, Antonio Paulo F. *Projeto de Pesquisa*. O que é? Como fazer? Editora Olho d'agua, 2003.

RAYMUNDO, Márcia F. S. Morga. *Construção de conceitos geométricos*: a investigação e a importância do ensino de geometria nas séries finais do ensino fundamental II. 2010. Dissertação (Mestrado) Universidade Severino Sombra.

SÃO PAULO, Secretaria Estadual da Educação, *Proposta Curricular para o Ensino de Matemática para o 2º grau,* SP, 1992.

- Secretaria da Educação, Programa de Educação Continuada, *Ca brincando com Geometria.*

-, Secretaria Estadual da Educação, Currículos do Estado de São Paulo, *Matemática e Suas Tecnologias.* Ensino Fundamental-Ciclo II e Médio.

SMOOTHEY, Marion. *Atividades e jogos com triângulos*. Sergio Quadros. 1ª

Edição. São Paulo: Scipione, 1998.

SÓRIO Walter F. *Um estudo do curso de matemática: Elementos de Euclides Roxo:* contribuição para a história da Educação Matemática no Brasil. 2004. Dissertação (Mestrado) PUC-SP

TEIXEIRA, Manoel. *Ateliê de matemática*: Transdisciplinaridade em Educação Matemática. 2008. Tese (Doutorado) PUC-SP, São Paulo.

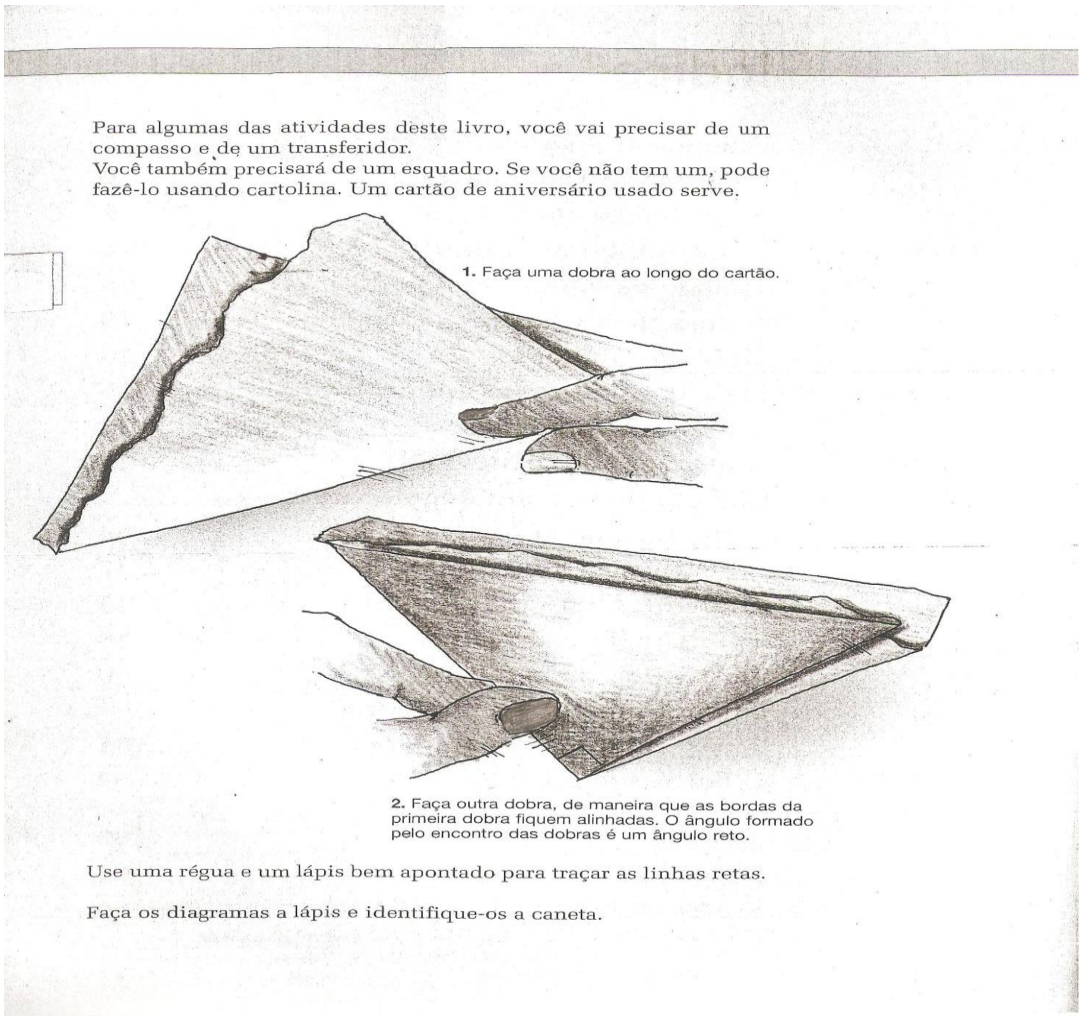
ZANIRATO, Ariovaldo A.. *Pitágoras de Samos*. São Paulo. In house, 2009.

ZUIN, Elenice de S. L. *Da Régua ao Compasso:* As Construções Geométricas Como Um Saber no Brasil. UFMG, BH 2001.

-. *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental e o Ensino das Construções Geométricas entre outras considerações*. GT 19 – Educação Matemática. UFMG, BH. 2001.

ANEXO 1

EXERCÍCIO1a



Para algumas das atividades deste livro, você vai precisar de um compasso e de um transferidor.
Você também precisará de um esquadro. Se você não tem um, pode fazê-lo usando cartolina. Um cartão de aniversário usado serve.

1. Faça uma dobra ao longo do cartão.

2. Faça outra dobra, de maneira que as bordas da primeira dobra fiquem alinhadas. O ângulo formado pelo encontro das dobras é um ângulo reto.

Use uma régua e um lápis bem apontado para traçar as linhas retas.

Faça os diagramas a lápis e identifique-os a caneta.

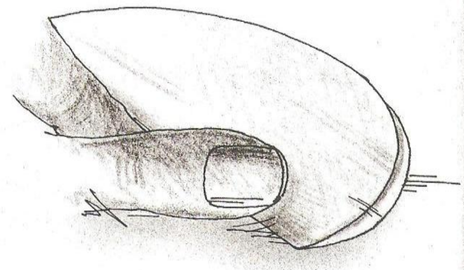
Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 6.

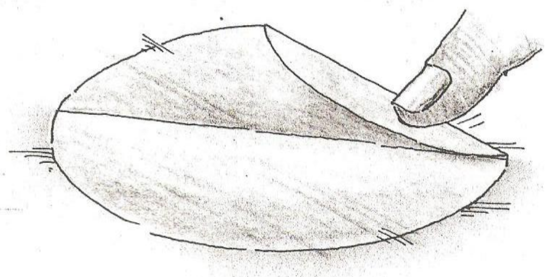
EXERCÍCIO 1b

FAZENDO TRIÂNGULOS

Em papel rascunho, trace um círculo utilizando um objeto circular, como a base de uma lata. Recorte o círculo e dobre-o pela metade. A dobra marca o **diâmetro** do círculo.

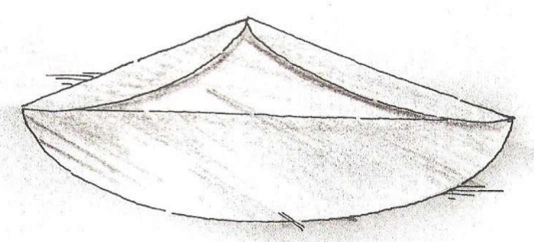


Faça uma marca na **circunferência**. Faça uma dobra que vá dessa marca até uma das extremidades do diâmetro.



Faça outra dobra, da marca à outra extremidade do diâmetro.

- Que figura as três dobras determinam?



Repita com um círculo de tamanho diferente.

Guarde estes triângulos.
Você vai precisar deles mais tarde.

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

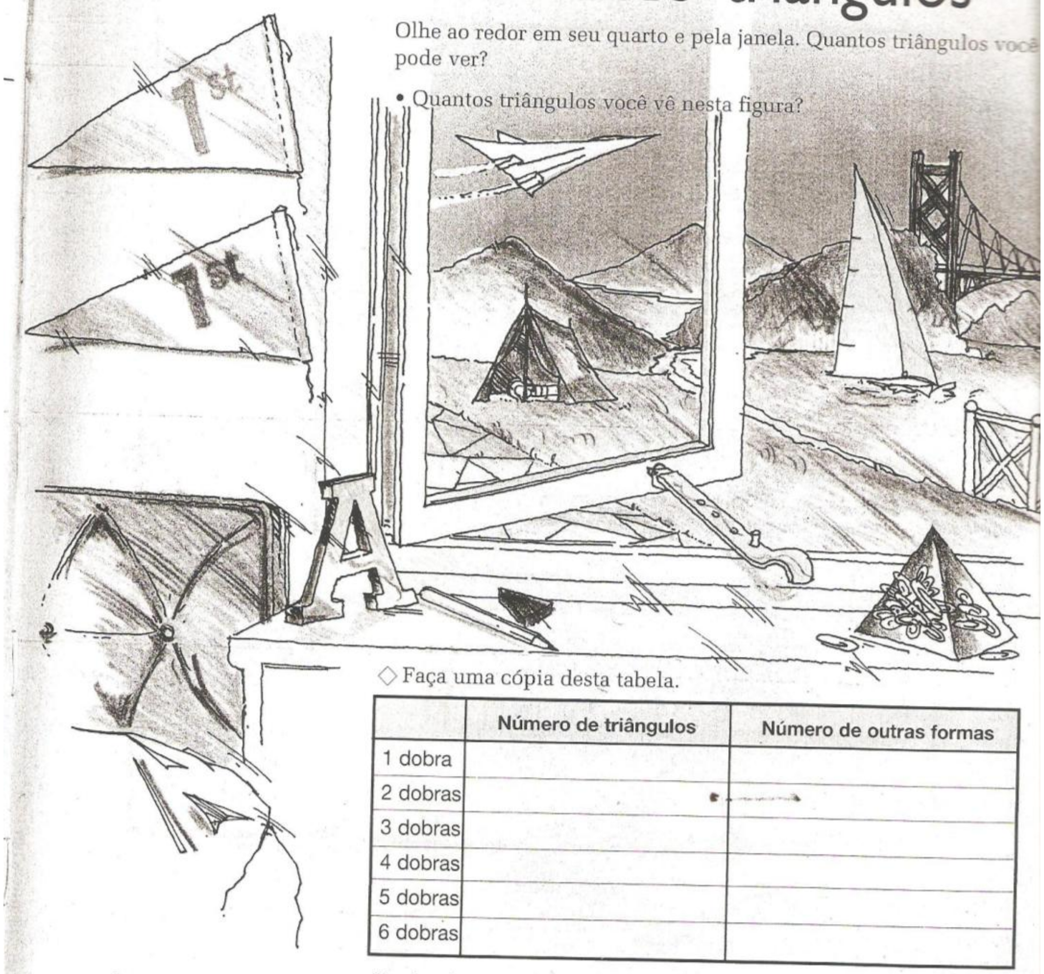
São Paulo. Scipione. 1998. p. 8.

EXERCÍCIO 2

Procurando triângulos

Olhe ao redor em seu quarto e pela janela. Quantos triângulos você pode ver?

- Quantos triângulos você vê nesta figura?



◇ Faça uma cópia desta tabela.

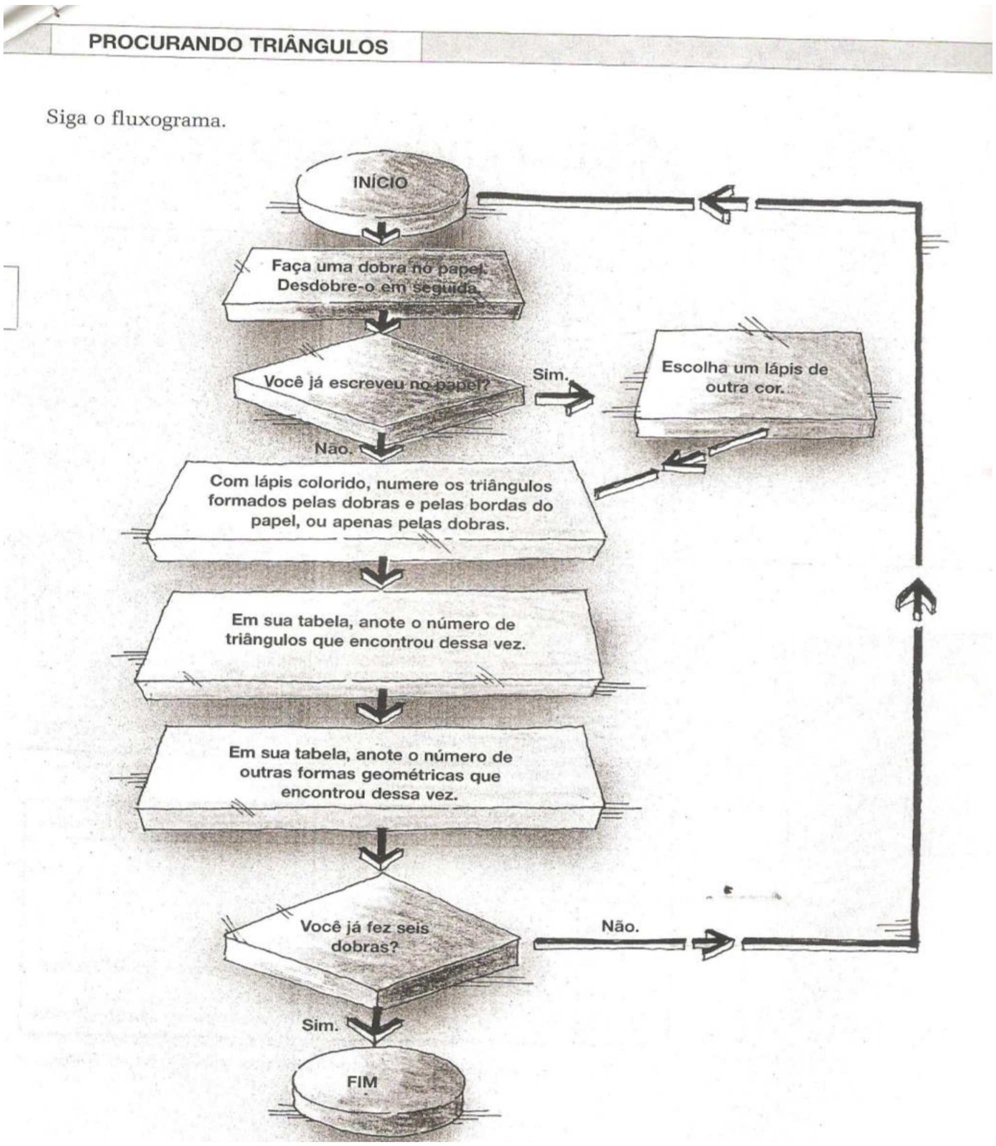
	Número de triângulos	Número de outras formas
1 dobra		
2 dobras		
3 dobras		
4 dobras		
5 dobras		
6 dobras		

Você vai precisar de seis lápis de diferentes cores e vários pedaços de cartolina.

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 10.

EXERCÍCIO 3



Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

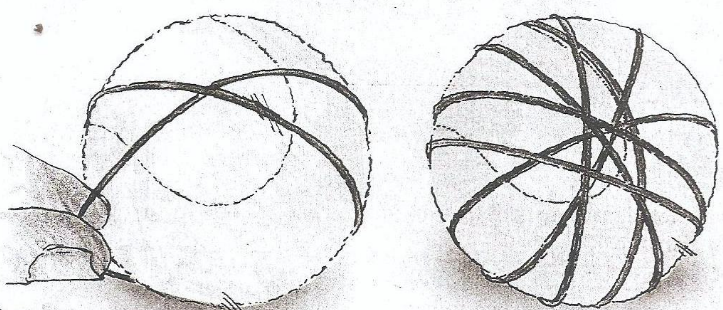
São Paulo. Scipione. 1998. p. 7.

EXERCÍCIO 4

Fazendo triângulos

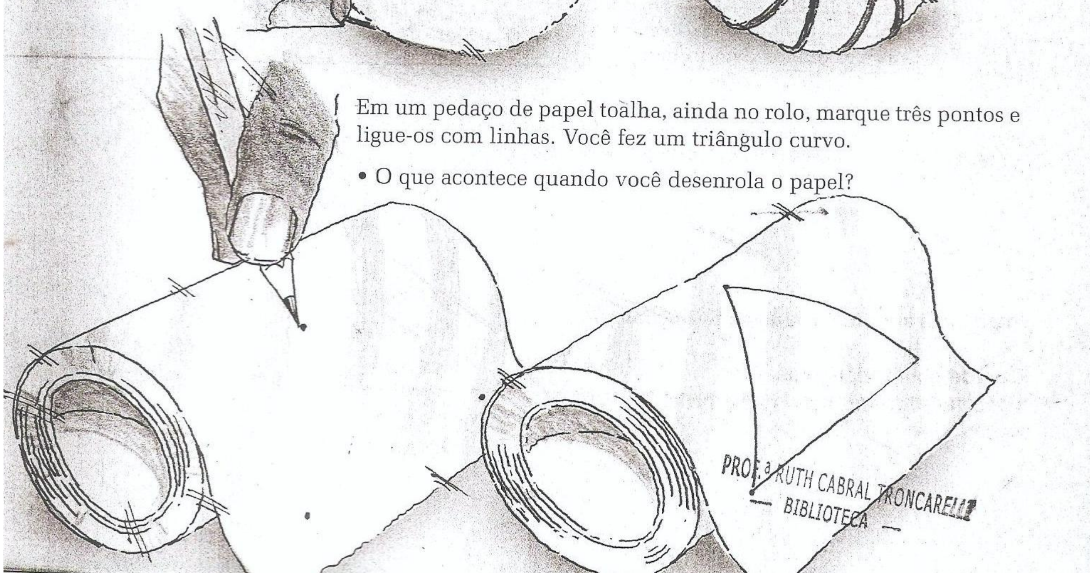
Em papel rascunho, marque três pontos não-alinhados. Una os três pontos com três linhas retas, usando uma régua. Você fez um tipo especial de **triângulo**.

Um triângulo é a figura formada pela linha que une três pontos não-alinhados. Tente marcar três pontos em uma bola ou laranja e una-os com três linhas. Você pode fazer um triângulo com linhas curvas. Prenda vários elásticos em uma bola de forma que se entrecruzem. Encontre os triângulos que eles formam.



Em um pedaço de papel toalha, ainda no rolo, marque três pontos e ligue-os com linhas. Você fez um triângulo curvo.

- O que acontece quando você desenrola o papel?

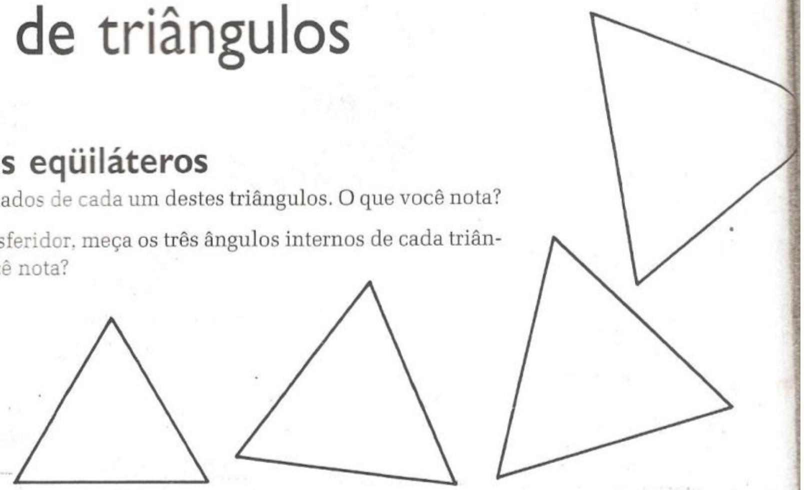


Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 20

EXERCÍCIO 5

Tipos de triângulos



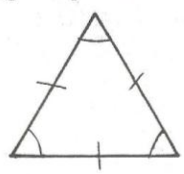
Triângulos eqüiláteros

1. Meça os três lados de cada um destes triângulos. O que você nota?

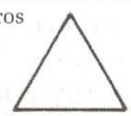
2. Com um transferidor, meça os três ângulos internos de cada triângulo. O que você nota?

Triângulos com os três lados de mesma medida são chamados **eqüiláteros**. Os três ângulos de um triângulo eqüilátero também têm mesma medida.

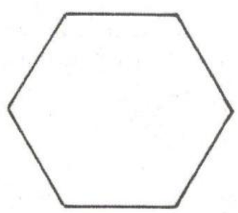
Os lados e os ângulos iguais são marcados assim:



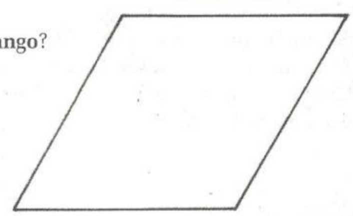
3. Quantos destes triângulos eqüiláteros



encaixam-se neste **hexágono**



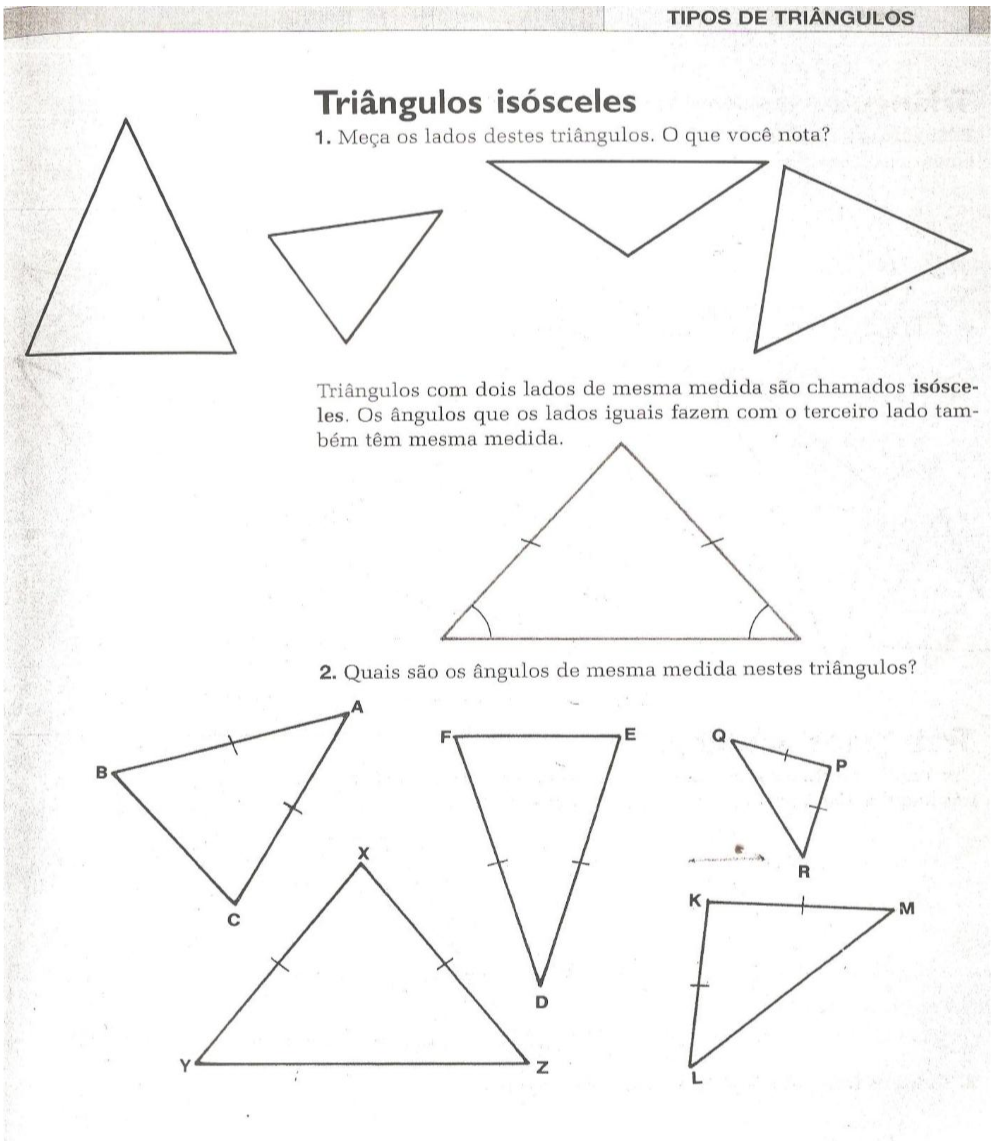
e neste **losango**?



Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p..21

EXERCÍCIO 6


TIPOS DE TRIÂNGULOS

Triângulos isósceles

1. Meça os lados destes triângulos. O que você nota?

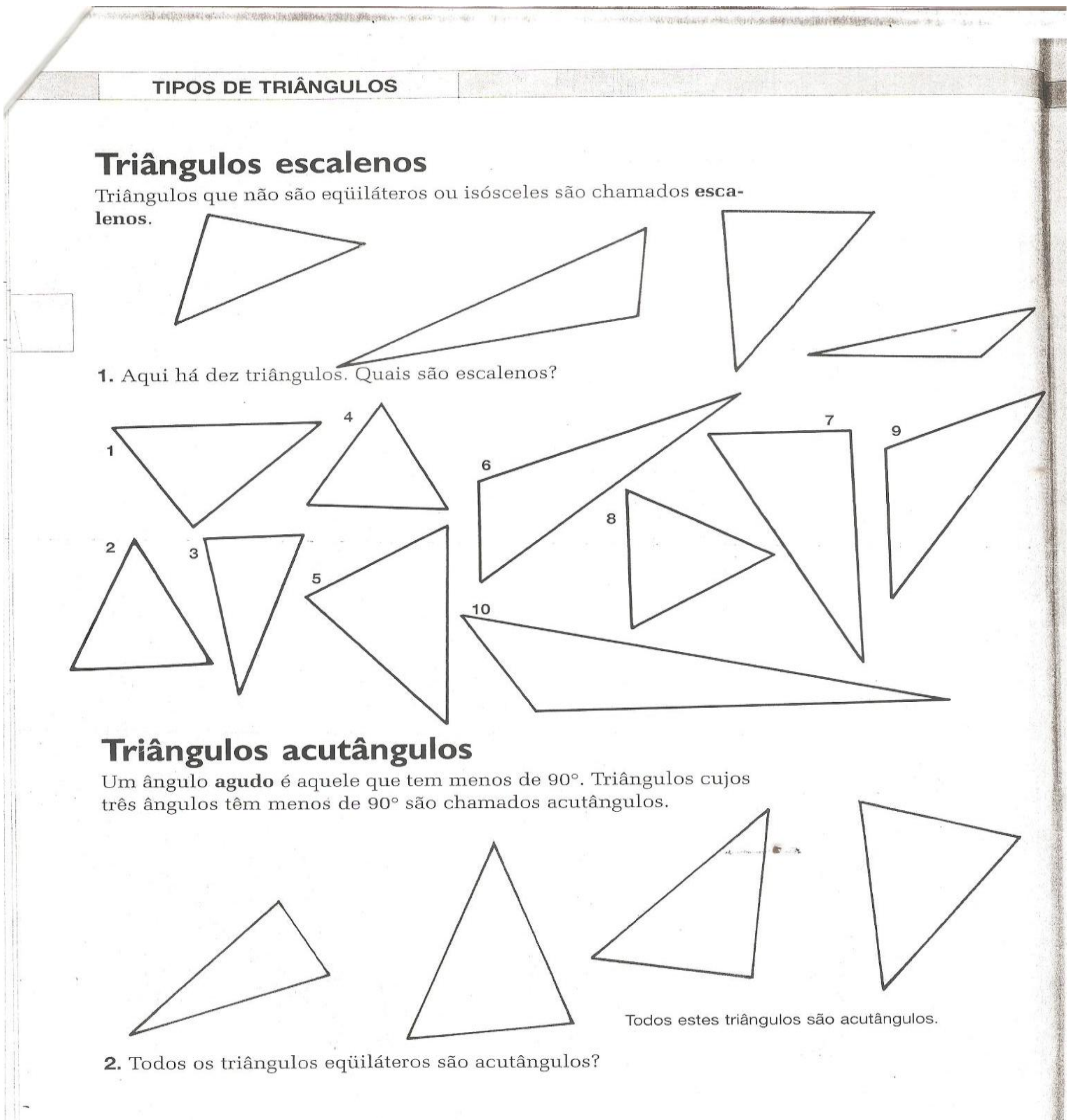
Triângulos com dois lados de mesma medida são chamados **isósceles**. Os ângulos que os lados iguais fazem com o terceiro lado também têm mesma medida.

2. Quais são os ângulos de mesma medida nestes triângulos?

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 22.

EXERCÍCIO 7



TIPOS DE TRIÂNGULOS

Triângulos escalenos

Triângulos que não são eqüiláteros ou isósceles são chamados **escalenos**.

1. Aqui há dez triângulos. Quais são escalenos?

Triângulos acutângulos

Um ângulo **agudo** é aquele que tem menos de 90°. Triângulos cujos três ângulos têm menos de 90° são chamados acutângulos.

Todos estes triângulos são acutângulos.

2. Todos os triângulos eqüiláteros são acutângulos?

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

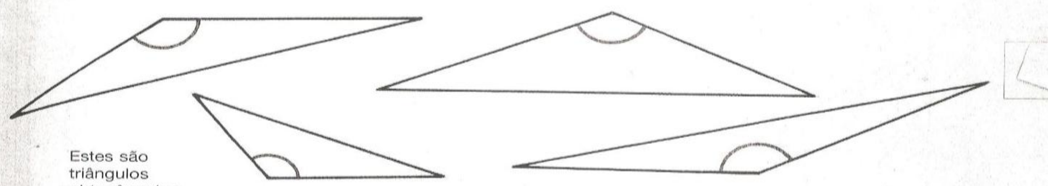
São Paulo. Scipione. 1998. p. 23.

EXERCÍCIO 8

TIPOS DE TRIÂNGULOS

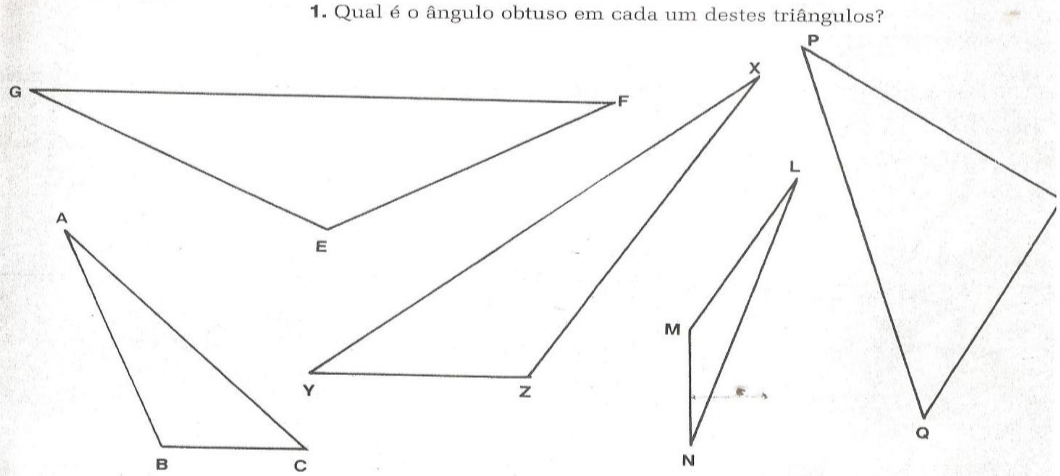
Triângulos obtusângulos

Um ângulo **obtuso** tem mais de 90° e menos de 180°. Um triângulo que possui um ângulo obtuso é chamado triângulo obtusângulo.



Estes são triângulos obtusângulos.

1. Qual é o ângulo obtuso em cada um destes triângulos?



2. Um triângulo isósceles pode ser obtusângulo? Tente desenhar um.

3. Um ângulo **côncavo** tem mais de 180°. Tente desenhar um triângulo com um ângulo maior que 180°. O que acontece?

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

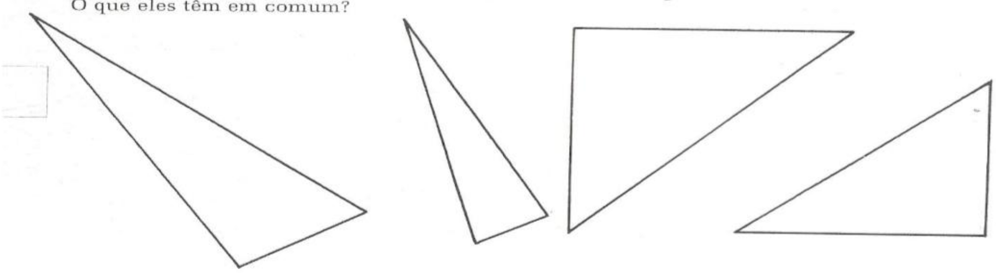
São Paulo. Scipione. 1998. p.24.

EXERCÍCIO 9

TIPOS DE TRIÂNGULOS

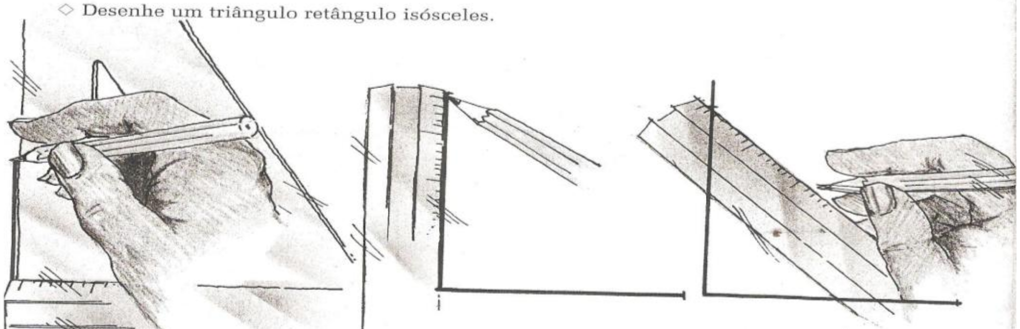
Triângulos retângulos

1. Com um transferidor, meça os três ângulos destes triângulos.
O que eles têm em comum?



Triângulos que possuem um **ângulo reto** são chamados triângulos **retângulos**.

◇ Desenhe um triângulo retângulo isósceles.



Desenhe um ângulo reto. Marque dois lados de mesma medida, adjacentes ao ângulo. Ligue as marcas, fechando o triângu

2. Quantos graus possuem os ângulos de mesma medida?

3. Um triângulo retângulo pode ser eqüilátero?

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998. p. 18.

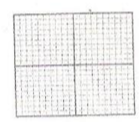
EXERCÍCIO 10

TRIÂNGULOS EM UM QUADRADO

Triângulos em um quadrado

Experiência 1

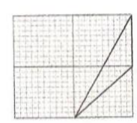
Você vai precisar de papel milimetrado. Trace um quadrado de 2 cm com dois quadradinhos de 1 cm de lado. Marque com pontos os vértices dos quatro quadradinhos de 1 cm (nove pontos).



Ligue quaisquer três pontos não-alinhados para formar um triângulo. Recorte o triângulo. Trace outro quadrado e encaixe o triângulo recortado sobre ele, em uma posição diferente.

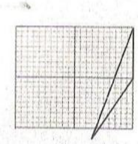
Cada ponto do triângulo deve tocar um dos pontos marcados no quadrado grande. Você pode girar o triângulo ou virá-lo (a face de baixo para cima).

- Trace a nova posição do triângulo no quadrado.
- Trace outro quadrado. Encontre outra posição para o triângulo. Trace o triângulo.
- Repita o procedimento, até que tenha traçado todas as posições possíveis para o triângulo, em quadrados distintos. Se você deslocar o triângulo em cada uma das linhas do quadrado, uma por vez, terá menos chances de ignorar uma posição.



Permitido

- Quando encontrar todas as posições para o triângulo, trace um novo quadrado e repita o processo com um triângulo diferente. Veja quantas são as posições possíveis.
- Tente com vários triângulos diferentes.
- Quantos desenhos diferentes existem para cada triângulo?
- Você pode prever quantos desenhos diferentes existem para um triângulo particular?



Não permitido

Guarde os seus desenhos.
Você vai precisar deles mais tarde.

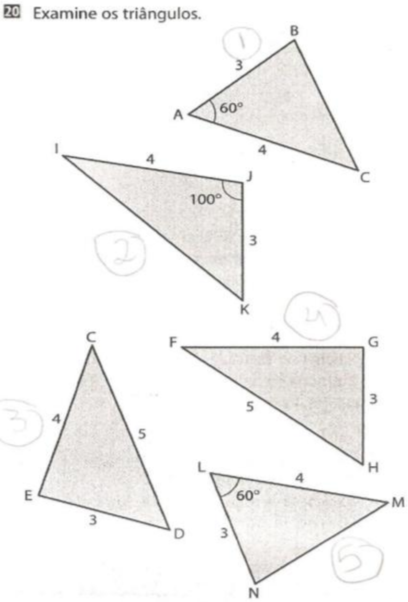
Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998.p. 18.

EXERCÍCIO 11

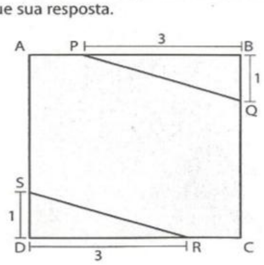
Atividades

20 Examine os triângulos.

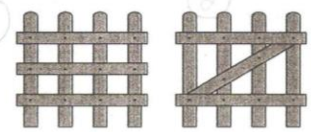


De acordo com os casos de congruência de triângulos que você aprendeu, quais desses são congruentes com certeza?

21 No quadrado ABCD marcamos os triângulos PBQ e SDR, de acordo com as indicações da figura.
Os dois triângulos, PBQ e SDR, parecem congruentes. Há um caso de congruência de triângulos que nos dá certeza de que $\triangle PBQ \equiv \triangle SDR$. Qual é esse caso? Explique sua resposta.

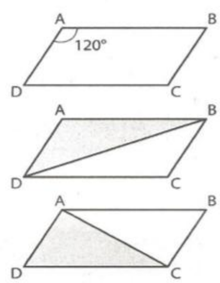


22 Observe as duas cercas.



Qual das duas é mais firme, isto é, tem menos chance de entortar? Explique sua resposta.

23 Considere o paralelogramo da figura, no qual destacamos $\triangle ABD$ e $\triangle ACD$:



a) Nos triângulos destacados, quais são os elementos (ângulos ou lados) congruentes?

b) Os dois triângulos são congruentes? Por quê?

24 Considere as afirmações abaixo e suas recíprocas.

I. Todo múltiplo de 9 é múltiplo de 3.

II. Recíproca: Todo múltiplo de 3 é múltiplo de 9.

III. Todo triângulo isósceles tem dois ângulos congruentes.

IV. Recíproca: Todo triângulo com dois ângulos congruentes é isósceles.

a) A afirmação II é verdadeira? Sua recíproca é verdadeira?

b) A afirmação III é verdadeira? Sua recíproca é verdadeira?

Triângulos congruentes

Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

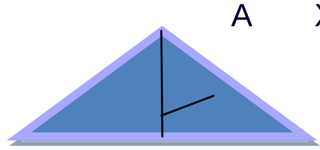
São Paulo. Scipione. 1998. p. 25.

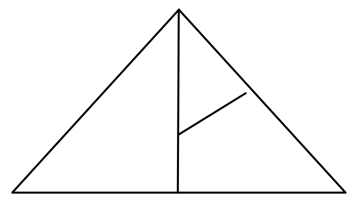
EXERCÍCIO 12

EXERCÍCIOS ADAPTADOS PARA RESOLUÇÃO COM MATERIAIS MANIPULÁVEIS

1- Os triângulos são semelhantes e os segmentos AH e MT são duas alturas correspondentes. Calcule a medida X na altura AH.

A X cm 45 cm





20 cm

60 cm

a) 12; b) 18; c) 15; d) 17

1- Um obelisco de 12 m de altura projeta uma sombra de 4,8m de extensão. Calcule a distância máxima que uma pessoa de 1,80m de altura poderá se afastar do centro da base do obelisco para que, em pé, continue totalmente dentro da sombra.

a) 3,5m b)1,8m c) 4,8m d) 2,6m

2- Quais as relações que devemos observar para garantir a semelhança de triângulos nos seguintes casos:

a)- ALA

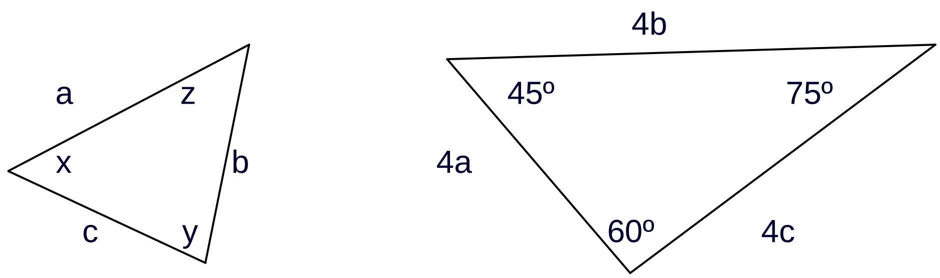
b)- LLL

c)-LAL

3- O lado de um triângulo mede respectivamente 7 cm, 9 cm e 12 cm. Qual o perímetro de um triângulo semelhante cujo lado mede 21m.

a)- 45 cm; b) 55 cm c) 60 cm d) 75 cm

4- Mostre que os triângulos são semelhantes e calcule x, y e z.



Fonte - Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

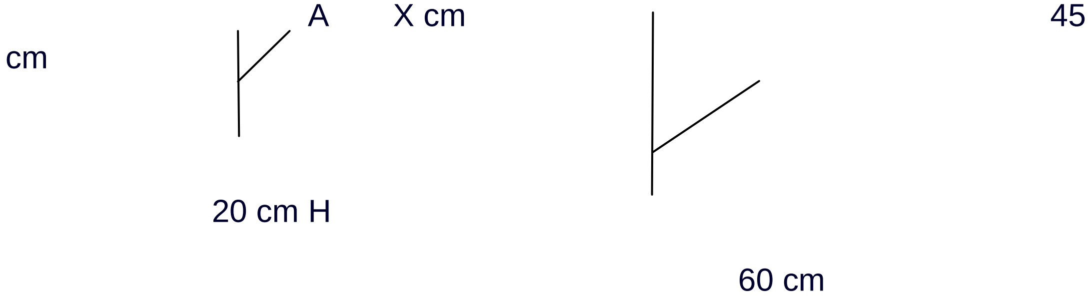
São Paulo. Scipione. 1998.

EXERCÍCIO 13

EXERCÍCIOS ADAPTADOS PARA O GEOGEBRA

1- Construa, utilizando as ferramentas: Compasso, Reta por Dois Pontos e suas Variações e Polígonos. As ferramentas são de LIVRE ESCOLHA, as indicadas no exercício é apenas UM entre os Diversos Caminhos

Possíveis. Os triângulos são semelhantes e os segmentos AH e MT são duas alturas correspondentes. Calcule a medida X na altura AH.



2- Um obelisco de 12 m de altura projeta uma sombra de 4,8m de extensão. Calcule a distância máxima que uma pessoa de 1,80m de altura poderá se afastar do centro da base do obelisco para que, em pé, continue totalmente dentro da sombra.

3- Para garantir a semelhança de triângulos nos seguintes casos, cada dupla vai construir um triângulo qualquer e salvar em um pen drive. Seguindo as disposições abaixo, a dupla constrói e passa. A dupla que recebe constrói resolvendo o caso de semelhança e assim por diante.

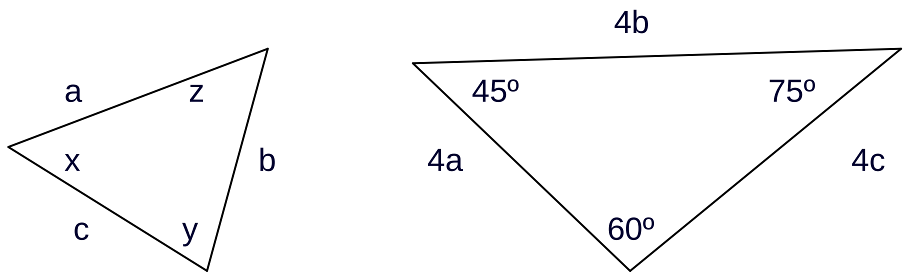
a)- ALA

b)- LLL

c)-LAL

4- Construa o triângulo proposto a seguir, em qualquer posição, salve no pen drive e passe para a próxima dupla, que resolverá o problema. O lado de um triângulo mede respectivamente 7 cm, 9 cm e 12 cm. Qual o perímetro de um triângulo semelhante cujo lado mede 21m.

5- Construa o triangulo menor, salve no pen drive e passe para a próxima dupla, que resolverá o problema. Os triângulos são semelhantes e calcule x, y e z



Fonte- Smothey, Marion. Atividades e jogos com Triângulos. 1ª Edição.

São Paulo. Scipione. 1998.