

PAULO HENRIQUE DE SOUSA

***THEORY OF GAMES AND ECONOMIC BEHAVIOR:***  
**A IDÉIA DE CIÊNCIA DE JOHN VON NEUMANN**  
**E OSKAR MORGENSTERN**

**MESTRADO EM HISTÓRIA DA CIÊNCIA**

PUC-SP  
SÃO PAULO – 2005

PAULO HENRIQUE DE SOUSA

***THEORY OF GAMES AND ECONOMIC BEHAVIOR:***  
**A IDÉIA DE CIÊNCIA DE JOHN VON NEUMANN**  
**E OSKAR MORGENSTERN**

Dissertação de mestrado apresentada à  
Banca Examinadora da Pontifícia  
Universidade Católica de São Paulo  
como exigência parcial para a  
obtenção do título de mestre em  
História da Ciência, sob a orientação  
do Prof. Dr. José Luiz Goldfarb

PUC-SP

SÃO PAULO – 2005

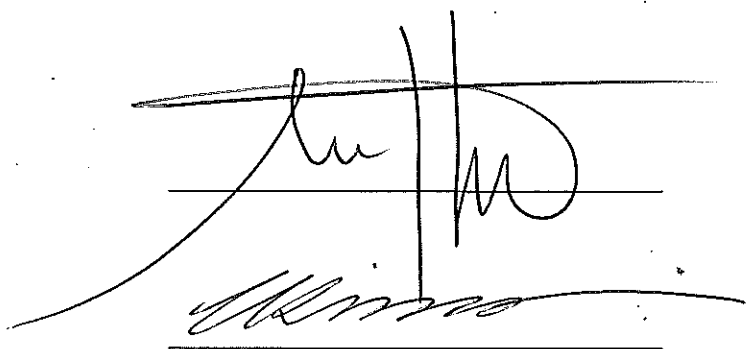
Biblioteca  
Nadir Gouvêa Kfour  
PUC/SP

Biblioteca MA-PUC/SP

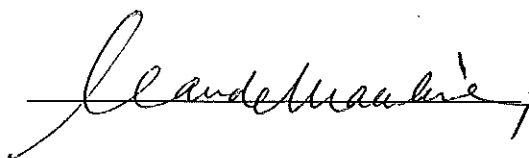


100148746

**BANCA EXAMINADORA**



A handwritten signature in black ink, written on a set of three horizontal lines. The signature is highly stylized and cursive, appearing to be a name like 'Luis' or 'Luis M.'.



A handwritten signature in black ink, written on a set of three horizontal lines. The signature is cursive and appears to be 'Claudia María'.

**Aos meus pais, Cláudio e Janete, e à Renata**

## **Agradecimentos**

Esta dissertação teve a colaboração de várias pessoas. Entre elas, gostaria de agradecer, primeiramente, aos meus pais – Cláudio e Janete – e à Renata, sem os quais este trabalho certamente não poderia ter sido realizado.

Agradeço também à jornalista Teresa Navarro, minha chefe na Gazeta Mercantil, que gentilmente me dispensou de alguns dias de trabalho para que pudesse assistir às aulas no primeiro semestre, em 2002. E também ao economista e professor – e agora amigo – Marcio Pochmann, pelo fundamental apoio em 2004. Também aos professores do programa de História da Ciência, especialmente ao meu orientador, professor doutor José Luiz Goldfarb, e aos professores doutores Ana Maria Alfonso-Goldfarb e Djalma Medeiros, pelas orientações sempre pertinentes e valiosas. Devo agradecimentos também ao professor emérito da FGV Claude Machline e ao professor Robert Leonard, da Universidade de Québec, em Montreal, pela inestimável ajuda ao responder com presteza meus e-mails e me enviar, do Canadá, textos valiosos sobre a história da teoria dos jogos.

Minha gratidão também aos meus professores Hélio Schuch e Orlando Tambosi, da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), que serviram de inspiração para que eu pudesse encarar o desafio em uma área tão diferente da minha graduação.

Agradeço à Capes, pela bolsa de estudo concedida em 2004 e à PUC-SP, pela oportunidade. Também aos colegas de curso Paulo Hutterer, Márcio Galvão, Sandra Kuka e Ivy Knijnik e aos amigos Estanislau de Freitas e Danilo Jorge, pela amizade e apoio nestes dois anos.

## Resumo

A presente dissertação trata da investigação da idéia de ciência de John von Neumann e de Oskar Morgenstern implícita no livro *Theory of Games and Economic Behavior*. Mas não tem o propósito de discutir os aspectos puramente matemáticos apresentados em tal obra, mas as motivações epistemológicas dos autores, já que a proposta de ambos era apresentar uma teoria que tornasse a economia uma disciplina mais “científica”.

A pesquisa abrangeu o desenvolvimento da teoria da probabilidade e do conceito de utilidade, no primeiro capítulo. Depois, um perfil dos dois autores do livro e o envolvimento de von Neumann com o programa de pesquisa de David Hilbert e com a física quântica. Em seguida, apresentamos o contexto do entreguerras, durante o qual tomaram forma os primeiros conceitos da teoria dos jogos e, adiante, as principais idéias contidas em *Theory of Games and Economic Behavior*. Por fim, concluímos que se pode atribuir um forte vínculo do livro de von Neumann e de Morgenstern com o programa de pesquisa de Hilbert da axiomatização dos campos da matemática, tendo a física como modelo de ciência – mais precisamente, a física quântica.

## Abstract

This work is an investigation into John von Neumann and Oskar Morgenstern's idea of science implicit in *Theory of Games and Economic Behavior*. But it does not have the intention to argue purely the mathematical aspects presented in that book, but only the author's epistemological motivations, since they claim to present a theory that became economics a more "scientific" discipline.

The research starts with the early development of the theory of probability and the concept of utility, in the first chapter. In the chapter 2, we present a profile of both of authors with an emphasis on the presence of von Neumann in David Hilbert's research program and his interest in quantum mechanics. After that, we present the context of interwar period when the first concepts of game theory were developed and, in chapter 4, the main ideas contained in *Theory of Games and Economic Behavior*. Finally, we conclude that there is a strong bond between that book and Hilbert's Program of setting axioms to all fields of mathematics, having the quantum physics as a scientific paradigm.

# Sumário

INTRODUÇÃO .....	9
<b>CAPÍTULO 1. O desenvolvimento da teoria da probabilidade e do conceito de utilidade</b> .....	12
1.1 Do século XV ao XVIII .....	12
1.2. O século XIX: a utilidade em economia .....	28
<b>CAPÍTULO 2. Hilbert, von Neumann e Morgenstern</b> .....	40
2.1. John von Neumann .....	43
2.2. Oskar Morgenstern .....	49
<b>CAPÍTULO 3. O Entreguerras</b> .....	53
3.1. O cenário sócio-econômico .....	53
3.2. A Teoria dos Jogos .....	61
<b>CAPÍTULO 4. Theory of Games and Economic Behavior</b> .....	78
4.1. A filosofia da teoria dos jogos .....	90
4.2. A repercussão de TGEB .....	94
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	99
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	101

# INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo estudar a idéia de ciência que norteou os autores John von Neumann e Oskar Morgenstern na elaboração do livro *Theory of Games and Economic Behavior* (daqui para frente TGEB), de 1944. A hipótese de trabalho é a de que TGEB foi uma extensão às ciências sociais do projeto de pesquisa de David Hilbert, do qual von Neumann participava. Outro objetivo é mostrar que a aplicação da teoria dos jogos na ciência econômica é parte importante do esforço de formalização matemática da economia – ainda que com um viés inovador – tendo a física como modelo. Ou seja, uma tentativa de levar às ciências sociais os padrões metodológicos das ciências “da natureza” sujeitas à modelagem matemática.

A matemática começou a ser aplicada à Economia no século XIX. O francês Antoine Augustine Cournot é considerado o precursor, em *Recherches sur le Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses* [Pesquisa sobre os Princípios Matemáticos da Teoria das Riquezas], de 1838. A matemática também foi largamente utilizada pelos teóricos marginalistas Stanley Jevons, em *General Mathematical Theory of Political Economy* [Teoria Matemática Geral da Economia Política], de 1862; Léon Walras e Vilfredo Pareto, da Escola de Lausanne, todos pilares da teoria econômica neoclássica.

De lá para cá, o uso da matemática em teoria econômica não tem sido consensual. O debate tem se dado em torno da “velha” questão sobre o que é ciência: a economia é uma “ciência social” – e, assim, sujeita às idiosincrasias dos economistas – ou uma “ciência” suscetível à aplicação dos mesmos métodos das ciências da natureza?

O recurso à matemática é característica da economia marginalista (neoclássica) para, entre outras coisas, demonstrar o equilíbrio geral dos mercados. Assim, TGEB estaria vinculada à teoria neoclássica. Mas como veremos adiante, essa classificação não é tão simples assim.

É necessário observar que, em certos momentos, será dada ênfase aqui ao matemático húngaro John von Neumann, por ter sido ele o primeiro a demonstrar a validade do teorema minimax, no artigo *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*, de 1928,

publicado no periódico alemão *Annalen Mathematisch*. De certa forma, foi o artigo que levou à elaboração de *TGEB*. Segundo Sylvia Nasar, Morgenstern não teria formação matemática suficiente para acompanhar o conteúdo desenvolvido por von Neumann – como veremos adiante na confirmação do próprio Morgenstern.

O estudo está concentrado basicamente nos dois primeiros capítulos da obra de von Neumann e Morgenstern, nos quais apresentam as motivações que os levaram a desenvolver tal teoria. Não tem como objetivo discutir os aspectos matemáticos da obra, o que, certamente, exigiria um tempo bem maior do que o disponível para a realização deste trabalho. Como disse o economista francês Gerard Debreu sobre *TGEB*: “É um livro indigesto.”<sup>1</sup> Mesmo não entrando no mérito matemático do livro, é possível situá-lo no panorama da ciência econômica da primeira metade do século XX.

No Capítulo 1, mostraremos o desenvolvimento da teoria da probabilidade e do conceito de utilidade em ciência econômica. Este capítulo vai do século XV ao XIX. Sobre probabilidade, veremos as obras de Luca Paccioli, Girolamo Cardano, Blaise Pascal, Pierre de Fermat, De Moivre, família Bernoulli, entre outros. No campo específico da economia, serão vistos os precursores da filosofia utilitarista, como Jeremy Bentham, Jean-Baptiste Say e Nassau Senior, além daqueles que trataram de economia sob uma perspectiva matemática, como Antoine Augustin Cournot e os economistas neoclássicos como William Stanley Jevons e Carl Menger, que formalizaram a idéia de utilidade marginal derivada do utilitarismo.

O Capítulo 2 traz uma apresentação dos dois autores de *TGEB*: Oskar Morgenstern e John von Neumann. Além de informações sobre os autores, trataremos também dos contextos científicos em que estavam situados e as influências de cada um.

O capítulo 3 trata do período de entreguerras, quando a moderna abordagem da teoria dos jogos começou a ser desenvolvida. O capítulo começa com o cenário econômico-social da época, marcada pela crise do capitalismo, de 1929. Em seguida, apresentamos a teoria dos jogos no entreguerras: o desenvolvimento das idéias sobre a matemática dos jogos de azar, que iriam formar o contexto propício para a publicação

---

<sup>1</sup> *Apud* E. Roy Weintraub, p. 140.

de TGEB, com ênfase na parceria entre John von Neumann e Oskar Morgenstern na preparação do livro.

O capítulo 4 trata especificamente da obra TGEB. Apresenta as principais idéias do livro e expõe a intenção de Von Neumann e Morgenstern em desenvolver tal teoria: formalizar uma teoria matemática que desse à teoria econômica um caráter "científico". Os autores apresentaram uma axiomatização do comportamento humano, partindo do pressuposto de que as pessoas tomam decisões "racionais", ou seja, tentando maximizar o seu retorno. Em seguida, as considerações finais.

# CAPÍTULO 1

## O desenvolvimento da teoria da probabilidade e do conceito de utilidade

### 1.1..Do século XV ao XVIII

Uma das relações da teoria dos jogos com a teoria matemática da probabilidade é esta última ter sido desenvolvida a partir dos problemas surgidos das situações típicas dos jogos de azar. O assunto começou a chamar a atenção de jogadores em meados do século XVII e, ao longo dos tempos, acabou por envolver matemáticos como Blaise Pascal, Pierre de Fermat, Abraham de Moivre e membros da família Bernoulli, entre outros.

Ainda que Harald Cramér e Peter Bernstein definam como marco inicial da matemática dos jogos as cartas trocadas por Pascal com alguns amigos, entre os quais Fermat, em meados do século XVII, seria inútil recuar um pouco mais no tempo, até pelo menos o século XV, durante o Renascimento, para citarmos dois autores que serão mencionados nos séculos seguintes, no desenvolvimento da teoria da probabilidade: Luca Paccioli (1445-1514) e Girolamo Cardano (1501-1576).

Paccioli nasceu em Piero della Francesca e, aos 27 anos, mudou-se para Roma para continuar os estudos – interessava-se principalmente por matemática –, onde se tornou monge franciscano. Lecionou matemática em Perugia, Roma, Nápoles, Pisa e Veneza, até conseguir um cargo fixo de professor em Milão, em 1496. Lá conheceu Leonardo da Vinci, de quem ficou muito amigo. Da Vinci fez, inclusive, ilustrações para uma outra obra de Paccioli, *De divine proportione*.

A obra-prima de Paccioli foi a *Suma de Arithmetica, geometrica, proportioni et proportionalita*, concluída em 1487 e publicada sete anos mais tarde. Segundo Carl Boyer, é considerada a primeira obra de álgebra impressa. Ainda conforme o autor: “É uma notável compilação (com fontes de informação geralmente não indicadas de

material em quatro campos: aritmética, álgebra, geometria euclidiana muito elementar e contabilidade.”<sup>2</sup>

Boyer ressalta que a repercussão alcançada pela *Suma* foi bem maior do que a originalidade da obra. O caminho até a publicação da obra de Paccioli fora aberto por uma geração de algebristas que leram a *Álgebra*, de al-Khowarizmi, traduzida do árabe para o italiano pelo menos por volta de 1464. Nas palavras de Boyer: “Supõe-se freqüentemente que o renascimento na ciência foi resultado da recuperação de obras gregas antigas; mas, na matemática, ele se caracterizou principalmente pelo surto da álgebra, e nisso era apenas uma continuação da tradição medieval.”<sup>3</sup>

Mas Bernstein destaca a importância da obra de Paccioli:

“Uma das contribuições mais notáveis do livro foi sua apresentação da contabilidade por partidas dobradas. Embora não fosse inventada por Paccioli, recebeu o mais extenso tratamento até então. A noção de contabilidade por partidas dobradas já se esboçara no *Liber abaci*, de Fibonacci, e aparecera em um livro publicado em torno de 1305 pela filial londrina de uma empresa italiana. Qualquer que seja sua origem, essa inovação revolucionária nos métodos contábeis teve importantes conseqüências econômicas, comparáveis à descoberta da máquina a vapor, trezentos anos depois.”<sup>4</sup>

Para o presente estudo, a obra de Paccioli tem relevância por ter apresentado um problema que despertaria a atenção de muitos matemáticos nos séculos seguintes. O problema parecia ser relativamente simples: dois jogadores, A e B, estão disputando um jogo de *balla*. Eles concordam em continuar jogando até que um deles vença seis rodadas. O jogo, por alguma razão, é interrompido quando A venceu cinco rodadas e B, três. Como devem ser divididas as apostas entre ambos? Com algumas variações, este problema mereceu a atenção de vários matemáticos nos séculos XVI e XVII e passou a ser conhecido como “o problema dos pontos”. Bernstein adverte que o problema é mais significativo do que pode aparentar à primeira vista: “A resolução de como dividir as

---

<sup>2</sup> C. Boyer, *História da Matemática*, pp. 190-91.

<sup>3</sup> *Ibid*, pp. 190-91.

<sup>4</sup> P. Bernstein, *Desafio aos Deuses: a Fascinante História do Risco*, p. 42.

apostas em um jogo interrompido marcou o início da análise sistemática da probabilidade – a medida de nossa confiança em que algo vai acontecer”.<sup>5</sup>

O enigma continuou sem uma solução consensual e gerou muita controvérsia. O seguinte estudioso a se dedicar ao tema foi o médico italiano Girolamo Cardano, no século XVI.

Em *Ars magna*, de 1545, Cardano apresentou as soluções para as equações de terceiro e quarto graus. Mas Boyer adverte que ele não foi o descobridor de nenhuma das duas soluções. O próprio Cardano teria admitido no livro que a solução das equações cúbicas havia sido passada a ele por Niccolo Tartaglia (cerca de 1500-1557) e a solução da quártica seria de autoria de Ludovico Ferrari (1522-1565), um dos seguidores de Cardano. Mas nem mesmo Tartaglia seria o autor da solução das equações cúbicas que, segundo Boyer, seria mesmo de autoria de um professor de matemática da Universidade de Bolonha, Scipione de Ferro (cerca de 1465-1526). *Ars magna* veio a público ao mesmo tempo em que Nicolau Copérnico publicava a sua teoria do sistema planetário e Vesálio trabalhava no tratado de anatomia.

Mas uma outra obra de Cardano interessa especificamente para o presente trabalho: *Liber de ludo aleae* [Livro dos jogos de azar]. Segundo Bernstein, *aleae* refere-se especificamente a jogos de dados. Para ele, a obra é o primeiro esforço sério de desenvolver os princípios estatísticos da probabilidade, ainda que essa palavra não apareça no livro. Em vez dela, Cardano usou “chances”. Probabilidade tem como raiz latina uma combinação de *probare* (significando testar, provar ou aprovar) e *illis* (significando capaz de ser). Bernstein comenta que Cardano pode ter conhecido a palavra “probabilidade” com esta acepção de passível de prova ou digno de aprovação. E acrescenta que a ligação entre “probabilidade” e “aleatoriedade” – a essência dos jogos de azar – só foi estabelecida cerca de um século após a publicação de *Liber de ludo aleae*.

Citando o filósofo canadense Ian Hacking, Bernstein menciona as duas principais acepções da palavra “probabilidade”: no sentido de “digno de aprovação”, aparece em um romance de Daniel Defoe, de 1724; e Galileu Galilei usou explicitamente a palavra *probabilità*, no sentido de o que contraria o que se pode ver com os olhos, ao criticar a

---

<sup>5</sup> *Ibid.*, p. 43.

teoria copernicana de que a Terra gira em torno do sol; e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) considerou a teoria de Copérnico como “incomparavelmente a mais provável” – sendo que probabilidade, aqui, estaria ligada aos conceitos de evidência e de razão.

Nas palavras de Bernstein:

“A probabilidade sempre teve esse duplo significado, um voltado para o futuro, o outro como interpretação do passado, um preocupado com nossas opiniões, o outro preocupado com o que realmente sabemos. A distinção aparecerá várias vezes neste livro. No primeiro sentido, probabilidade significa o grau de crença ou demonstrabilidade de uma opinião – a visão não-matemática da probabilidade. Os estudiosos usam o termo epistemológico para exprimir esse significado; epistemológico refere-se aos limites não plenamente analisáveis do conhecimento humano. O primeiro conceito de probabilidade é de longe o mais antigo dos dois; a idéia de medir a probabilidade nasceu muito depois. Este sentido mais antigo desenvolveu-se, com o passar do tempo, a partir da idéia de aprovação: quanto do que sabemos podemos aceitar? No contexto de Galileu, probabilidade era quanto do que nos diziam poderíamos aprovar. Na acepção mais moderna de Leibniz, era quanta credibilidade poderíamos atribuir às evidências. A visão mais recente só emergiu depois que os matemáticos desenvolveram uma compreensão teórica das freqüências dos eventos passados. Cardano pode ter sido o primeiro a introduzir o lado estatístico da teoria das probabilidades, mas o significado da palavra durante sua vida ainda se restringia ao lado não-matemático, sem nenhuma relação com o que ele tentava realizar pela medição.”<sup>6</sup>

Em sua autobiografia, Cardano revela que escrevera *Liber de ludo aleae* em 1525 e o reescreveu em 1565. A obra foi publicada postumamente em 1663, na Basiléia. No livro, ele definiu, pela primeira vez, a forma de expressar a probabilidade como uma fração: o número de resultados favoráveis dividido pelo número total de resultados possíveis de um evento (circuito). Ou seja: a probabilidade de dar cara em um lance de moeda é de  $\frac{1}{2}$  – um resultado favorável de dois possíveis. A chance de obter um rei de um baralho é de  $\frac{1}{13}$ , pois há quatro reis entre as 52 cartas. Se for um rei de copas, a probabilidade cai para  $\frac{1}{52}$ .

---

<sup>6</sup> *Ibid.*, p. 49.

Cardano segue nesta linha de raciocínio. A probabilidade de obter dois números, digamos 1 ou 2, em um lançamento de dado é de 33%, ou seja, uma chance em três, já que são dois resultados favoráveis em um conjunto de seis resultados possíveis. A probabilidade de obter 1 ou 2 duas vezes seguidas cai para 1/9, que é o quadrado de uma chance em três, ou, dito de outra forma, 1/3 multiplicado por si mesmo. A chance de obter 1 ou 2 três vezes consecutivas é de 1/27 e quatro vezes, de 1/3 elevado à quarta potência, e assim por diante.

Cardano também fez os cálculos para lances com dois dados simultaneamente. Se obter 1 ou 2 com um só dado tinha probabilidade de 1/3, a intuição indicaria que com dois dados as chances duplicariam, para 67%. Mas o resultado correto seria de cinco em nove, ou 55,6%. Ao atirar dois dados, há uma chance em nove de obter 1 ou 2 em ambos os dados na mesma jogada, mas a probabilidade de 1 ou 2 em cada um dos dados já foi calculada; portanto, seria necessário deduzir essa probabilidade de 1/9 dos 67% que a intuição indica. Assim,  $1/3 + 1/3 - 1/9 = 5/9$ . Prosseguindo este tipo de estudo, Cardano chegou a generalizações sobre as probabilidades de ocorrências de outros eventos, transformando a experiência acumulada nas mesas de jogos em teoria matemática.

A maior contribuição de Cardano à teoria da probabilidade foi a identificação das combinações de números. Por exemplo, no lance de dois dados, ele não limita a probabilidade de obter dois determinados números – como 1 ou 2 – em 12 resultados possíveis. Ele percebeu que um jogador poderia, por exemplo, obter 1 em um dado e 2 no outro dado; mas poderia também acontecer o contrário – obter dois no primeiro dado e 1 no segundo. Assim, o número de resultados possíveis que compõem o circuito é maior do que as 12 faces dos dois dados. Cardano demonstrou que atirar um par de dados de seis lados vai resultar em uma combinação não de 11, mas de 36 possibilidades de combinações. O 7 tem maior probabilidade de ocorrência, pois pode ser resultado das seguintes combinações: 6+1, 5+2, 4+3, 3+4, 2+5 e 5+1. Ele é seis vezes mais provável do que um duplo 1 ou duplo 6 e três vezes mais provável do que o 11.

**Tabela 1.1**

Probabilidade de cada soma  
no arremesso de um par de dados.<sup>7</sup>

Soma	Probabilidade
2	1/36
3	2/36 ou 1/18
4	3/36 ou 1/12
5	4/36 ou 1/9
6	5/36
7	6/36 ou 1/6
8	5/36
9	4/36 ou 1/9
10	3/36 ou 1/12
11	2/36 ou 1/18
12	1/36

Galileu também chegou a escrever um pequeno ensaio sobre jogos, a pedido do Grão-Duque de Toscana, Cosimo II. Segundo Bernstein, o fato de tê-lo escrito em italiano demonstra que Galileu não dava importância ao tema. O texto era basicamente uma repetição do trabalho de Cardano sobre as probabilidades de lançamentos de dados. Bernstein interpreta: “Aparentemente, o conceito aleatório de probabilidade estava tão consagrado em 1623 que Galileu sentiu que restava pouco mais a ser descoberto”.<sup>8</sup>

Mas os séculos seguintes provariam que muito haveria de ser feito sobre a teoria da probabilidade. Ao final do século XVII, quase 100 anos depois da morte de Cardano e 50 anos da morte de Galileu, quase todos os problemas básicos desta área da matemática estavam resolvidos. O passo seguinte, observa Bernstein, seria estudar

---

<sup>7</sup> *Ibid.*, p. 51.

<sup>8</sup> *Ibid.*, p. 54-55.

como as pessoas reconhecem as probabilidades em situações com as quais se envolvem e como lidam com elas. Isso é parte importante da chamada teoria da decisão, da qual também faz parte a moderna teoria dos jogos de estratégia – da qual trataremos mais detidamente a partir do capítulo 2.

Como já dito, para Cramér, o marco no desenvolvimento da teoria da probabilidade é a comunicação entre Blaise Pascal e seus companheiros, durante o século XVII: “Esta correspondência constitui a origem da moderna teoria da probabilidade”.<sup>9</sup> Pascal havia sido consultado por um cavaleiro e inveterado jogador de nome De Méré sobre questões que o inquietavam acerca dos jogos de azar – ele próprio homem de talento para os cálculos matemáticos. Não havia ainda, naquela época, uma teoria consistente da probabilidade capaz de resolver os muitos problemas isolados referentes a vários tipos de jogos que permaneciam abertos.

Peter Bernstein menciona uma carta de De Méré para Pascal, na qual gaba-se: “descobri na matemática coisas tão raras que os maiores sábios dos tempos antigos jamais as imaginaram e com que os melhores matemáticos da Europa se surpreenderam”.<sup>10</sup> De Méré estava interessado em resolver o problema dos pontos de Pacioli: em um jogo de balla, como dois jogadores devem dividir o prêmio quando deixam o jogo incompleto?

Pascal relutou em analisar o problema sozinho. Em 1654, recorreu a Pierre de Carcavi, que o pôs em contato com Pierre de Fermat, então um advogado bem-sucedido de Toulouse. Matemático talentoso, Fermat contribuiu para o desenvolvimento inicial do cálculo infinitesimal e da geometria analítica, tendo feito pesquisas sobre o peso da terra e no campo da ótica. Mas ficou mesmo conhecido pelo chamado “último teorema de Fermat”: a afirmação de que a equação  $a^n + b^n = c^n$  só valeria mesmo para potência de dois. Na margem de um livro de Diofante, Fermat rabiscou: “Tenho uma demonstração realmente maravilhosa desta proposição que esta margem é estreita demais para conter”.<sup>11</sup>

Como observa Bernstein, o último teorema de Fermat é mais uma curiosidade se comparado com a solução do matemático para o jogo interrompido de balla, cujos

---

<sup>9</sup> H. Cramér, *Elementos da Teoria da Probabilidade e Algumas de Suas Aplicações*, p. 10.

<sup>10</sup> P. Bernstein, *op. cit.* p. 60.

<sup>11</sup> P. Fermat *Apud* P. Bernstein, *op. cit.* p. 63.

desdobramentos formaram a base para o cálculo de seguros e de outras formas de administração de risco na área das finanças. A idéia geral era de que o jogador que estava na frente, no momento da interrupção do jogo, levava vantagem nítida, mas o problema era quantificar essa vantagem.

Bernstein concorda com Cramér ao situar as cartas trocadas entre Fermat e Pascal como um marco na teoria da probabilidade. Nas palavras de Bernstein:

“Em resposta à curiosidade do cavaleiro de Méré sobre o velho problema, eles elaboraram um método sistemático de análise de resultados futuros. Quando mais coisas podem acontecer do que realmente acontecerão, Pascal e Fermat expõem uma maneira para se determinar a probabilidade de cada um dos resultados possíveis – presumindo-se sempre que os resultados podem ser matematicamente medidos”.<sup>12</sup>

No entanto, ambos abordaram o tema de maneiras diferentes. Fermat recorreu à álgebra pura e Pascal, a um formato geométrico para explicar a estrutura algébrica subjacente ao problema, que ficou conhecido como o “triângulo de Pascal”. Mas Bernstein observa que não há muito de original neste trabalho, uma vez que o matemático árabe Omar Khayyam (+- 1050 a +- 1130) já o estudara 450 anos antes. Além disso, em 1303, o matemático chinês Chu Shih-chieh trabalhara com algo semelhante, e Cardano – também ele um jogador – igualmente mencionara tal dispositivo em suas obras. Carl Boyer diz que o triângulo aritmético já tinha mais de 600 anos.<sup>13</sup>

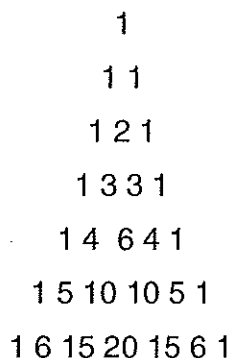
O triângulo de Pascal é como o seguinte:

---

<sup>12</sup> P. Bernstein, *op. cit.* p. 63.

<sup>13</sup> C. Boyer, *op. cit.* p.250.

Figura 1.1



onde cada número é a soma dos números à direita e à esquerda na linha imediatamente superior.

A linha superior mostra a probabilidade de um evento certo, que seguramente vai acontecer; só há um resultado possível e a incerteza é zero. A segunda linha mostra um evento com probabilidade de 50-50 (50%), como a chance de nascer um menino ou uma menina, ou de dar cara ou coroa em um lance de moeda. À medida que se vai descendo na pirâmide, as combinações começam a ficar mais complexas. A terceira linha mostra as possibilidades de meninos e meninas em uma família com dois filhos. São quatro os resultados possíveis: uma chance de nascerem dois meninos, uma de duas meninas e duas chances de um de cada – um menino seguido de uma menina e vice-versa. Como destaca Bernstein, pelo menos um menino ou uma menina aparece em três dos quatro resultados, determinando que a probabilidade de nascer pelo menos um menino, ou uma menina, em uma família de dois filhos é de 75%.

Bernstein observa que a mesma análise, usando o triângulo de Pascal, vai servir para resolver o problema dos pontos no jogo de *balla* interrompido. Mas o jogo pode ser qualquer um, como o beisebol usado por Bernstein. Qual a chance de o time que perdeu a primeira partida, em uma série final de sete jogos, vencer o campeonato? O jogo passa a ser definido como uma melhor de seis partidas. Seria necessário encontrar o número de seqüências diferentes de seis jogos possíveis e identificar quais delas são favoráveis ao time que perdeu a primeira. Bernstein nota que o triângulo tem a resposta, bastando encontrar nele a linha em que ela se encontra. Faltando seis jogos,

a linha que dá a resposta requerida é a que contém o total de resultados de  $2^6$ , ou 64 seqüências de vitórias ou derrotas, ou seja, a última linha do triângulo desenhado anteriormente: 1 6 15 20 15 6 1. Existe apenas uma seqüência na qual o time que perdeu a primeira partida ganha o campeonato sem que o adversário ganhe mais nenhuma partida. Há outras seis seqüências nas quais o time que perdeu a primeira ganha o campeonato com o adversário ganhando apenas um jogo. E outras 15 seqüências em que o resultado seria 4 a 2 para o time que perdeu a primeira partida. Todas as outras combinações dariam pelo menos mais três vitórias ao time que venceu a primeira partida, que ganharia o campeonato. Resumindo: há 22 combinações em que o time que perdeu a primeira partida vence a disputa (1+6+15), enquanto que nas outras 42 combinações o campeão seria o time adversário. A probabilidade de que o time que perdeu o primeiro jogo ganhe o campeonato é de 22/64, ligeiramente superior a uma chance em três.

Mas Pascal foi além. Usou seus conhecimentos da matemática da probabilidade para elaborar um argumento em favor da crença em Deus. Ele formula o problema em forma de um jogo de azar. Em um jogo com distância infinita no tempo, uma moeda é jogada; em que lado apostar: cara (Deus existe) ou coroa (Deus não existe). Como não há experiências passadas nas quais se basear, a alternativa seria considerar as conseqüências da decisão, ou seja: a decisão de “Deus existe” é preferível à “Deus não existe”? Note-se que a probabilidade é a mesma – de 50% para cada resposta. Se Deus não existir, será indiferente acreditar ou não Nele – ou, de outra forma, viver no pecado ou de forma devota. Mas supondo que Ele exista: Se alguém apostar contra a Sua existência, vivendo em pecado, correrá o risco de padecer durante toda a eternidade. Quem apostar na existência de Deus tem a possibilidade da salvação. Como a salvação é preferível à danação eterna, a melhor decisão seria apostar na existência de Deus. Bernstein cita Hacking novamente, para quem esse seria o começo da teoria da tomada de decisões.<sup>14</sup>

Conforme Bernstein: “Com sua realização, eles [Pascal e Fermat] puderam estender os limites da análise teórica para bem além da demonstração de Cardano de

---

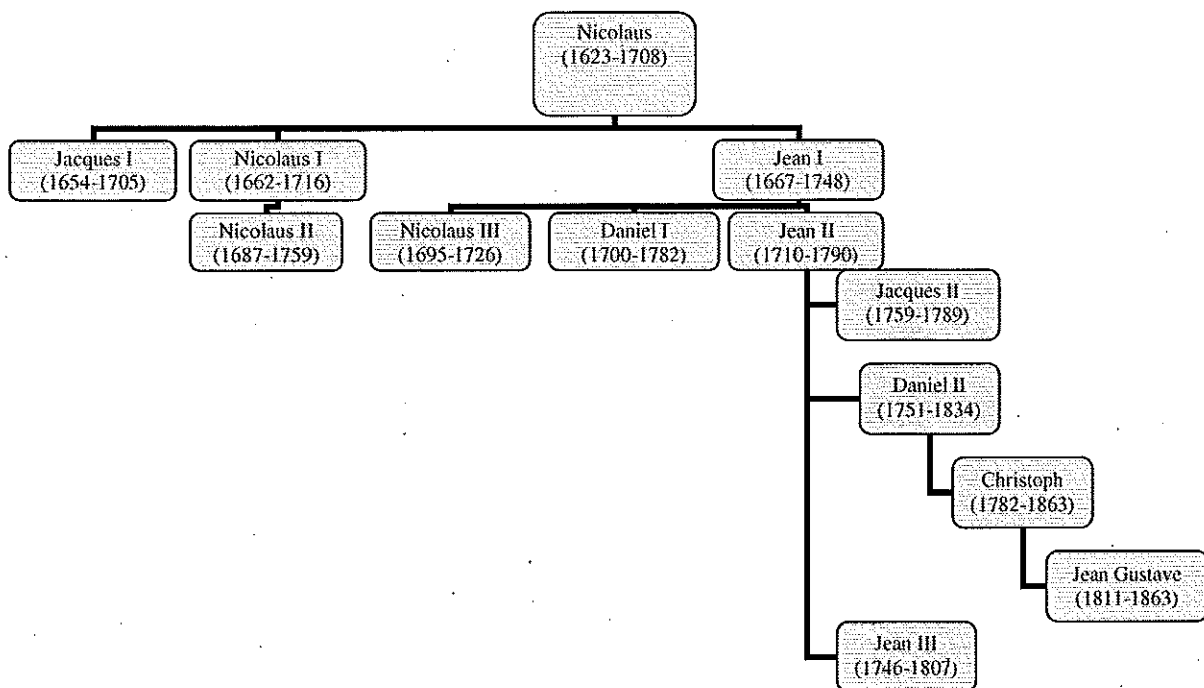
<sup>14</sup> P. Bernstein, *op. cit.*, p. 69.

que dois dados de seis lados (ou duas jogadas de um dado) produziram  $6^2$  combinações ou que três dados produziram  $6^3$  combinações.”<sup>15</sup>

No período entre o final do século XVII e começo do XVIII, a teoria da probabilidade ganhou grande impulso. Em 1713, foi publicado postumamente o trabalho *Ars Conjectandi* [A Arte da Conjectura], de Jacques Bernoulli (Jacques também é conhecido por James, na versão em inglês, ou Jakob, em alemão).

A família Bernoulli é tão importante na história da matemática que merece uma explicação especial: uma árvore genealógica para melhor localizar os membros da família que se destacaram na matemática.<sup>16</sup>

Figura 1.2



Mas comecemos com Daniel Bernoulli, que escreveu um importante artigo também sobre probabilidade, publicado em 1738, com o seguinte teor: “o valor de um

<sup>15</sup> *Ibid.*, p. 67.

<sup>16</sup> C. Boyer, *op. cit.*, p. 286.

item não se deve basear em seu preço, mas na utilidade que ele produz”.<sup>17</sup> Ele criticou a descrição que era feita naquela época sobre como as pessoas tomam decisões. E começou o seu artigo da seguinte forma:

“Desde que os matemáticos começaram a estudar a medição do risco, tem vigorado um consenso geral sobre esta proposição: os valores esperados são calculados multiplicando-se cada ganho possível pelo número de meios pelos quais pode ocorrer, e depois dividindo-se a soma desses produtos pelo número total de casos.”<sup>18</sup>

Ele considera falha tal hipótese de como as pessoas tomam decisões cotidianamente. Para ele, a falha da teoria era focalizar apenas os fatos, sem levar em consideração a “utilidade”. Para ele: “a utilidade depende das circunstâncias específicas de quem faz a estimativa... Não há razão para supor que os riscos estimados por cada indivíduo devam ser considerados de mesmo valor.”<sup>19</sup>

É importante notar, aqui, a menção à utilidade. Daniel Bernoulli cita o termo intuitivamente, mas o conceito vai ser desenvolvido mais tarde e se transformar em um dos pilares da teoria econômica neoclássica. Segundo ela, os indivíduos agem racionalmente procurando maximizar a utilidade das coisas. Ainda que Bernoulli não se referisse à utilidade com o conceito que depois foi desenvolvido pelos economistas, Bernstein destaca a importância da referência de Bernoulli:

“A noção de utilidade de Bernoulli – e sua idéia de que a satisfação derivada de um aumento de riqueza especificado seria inversamente proporcional à quantidade de bens anteriormente possuída – foi bastante sólida para exercer uma influência duradoura sobre a obra dos grandes pensadores que se seguiram. A utilidade forneceu a base da Lei da Oferta e da Procura, uma inovação impressionante dos economistas vitorianos que possibilitou a compreensão de como os mercados se comportam e de como compradores e vendedores chegam a um acordo sobre o preço. A utilidade foi um conceito tão poderoso que, nos duzentos anos seguintes, formou a base do paradigma dominante que explica a tomada de decisões humana e das teorias da escolha em áreas bem além das questões financeiras. A teoria dos

---

<sup>17</sup>P. Bernstein, *op.cit.*, p. 99.

<sup>18</sup>D. Bernoulli *Apud* P. Bernstein, *op. cit.*, p.102.

<sup>19</sup>D. Bernoulli *Apud* P. Bernstein, *op. cit.*, p. 103.

jogos – a abordagem inovadora do século XX à tomada de decisões na guerra, na política e na gestão empresarial – faz da utilidade uma parte integral de todo seu sistema.”<sup>20</sup>

Daniel Bernoulli também contestava algumas idéias puramente matemáticas; e defendia que elas não funcionavam nas decisões das pessoas. Conceitos como “valor esperado”, ou “expectativa matemática”, eram para ele úteis nos jogos de azar, mas insuficientes para analisar as atitudes das pessoas. Em vez do valor esperado, Daniel argumentava que as pessoas iriam maximizar a “utilidade”, ou seja, a satisfação ou o proveito que algo poderia propiciar. A ênfase dele estava na tomada de decisões e não puramente nos detalhes matemáticos da teoria da probabilidade.

Dessa forma, Daniel contestou o raciocínio inscrito na Lógica de Port-Royal de que as pessoas estavam erradas ao terem medo de tempestades, já que o risco de serem atingidas por um raio era muito pequeno. Para Bernoulli, as pessoas estavam certas, já que atribuíam um enorme peso ao fato negativo de serem atingidas por um raio, mesmo sabendo que as chances eram mínimas. Ou seja, como diz Bernstein: “o sentimento rege a medição”.<sup>21</sup> E, na avaliação dele, isso seria positivo, porque se todos avaliassem o risco da mesma forma, muitas oportunidades arriscadas seriam perdidas.

Mesmo tendo argumentado que as pessoas atribuem às situações pesos diferentes, Daniel desenvolveu uma idéia central que valeria para todos os casos – o que pode até parecer contraditório: “A utilidade resultante de qualquer pequeno aumento da riqueza será inversamente proporcional à quantidade de bens anteriormente possuídos”. O desejo seria inversamente proporcional à quantidade de bens possuídos. Poderíamos retrucar com o próprio argumento de Bernoulli: Como sabemos se isso é válido para todos, se cada pessoa atribui um peso para cada situação, principalmente para situações de risco?

Carl Boyer ressalta que Bernoulli estabeleceu a diferença entre a “esperança matemática” e a “esperança moral”, ou entre “fortuna física” e “fortuna moral”.<sup>22</sup> Em forma de equação:  $dm = K(dp/p)$ , onde  $m$  é a fortuna moral,  $p$  a fortuna física, e  $K$  uma

---

<sup>20</sup> P. Bernstein, *op. cit.*, p. 110.

<sup>21</sup> *Ibid.*, p. 104.

<sup>22</sup> C Boyer, *op. cit.*, p. 292.

constante de proporcionalidade. A conclusão é de que enquanto a fortuna física cresce geometricamente, a fortuna moral cresce aritmeticamente.

Bernstein nota a visão inovadora de Daniel sobre o fato de correr riscos: "Se a satisfação derivada do enriquecimento progressivo for inferior à satisfação derivada do aumento da riqueza já acumulada, segue-se que a desutilidade trazida por um prejuízo excederá sempre a utilidade positiva proporcionada por um ganho de mesmo montante."<sup>23</sup>

E resume Bernstein:

"Pela primeira vez na história, Bernoulli está aplicando a medição a algo que não pode ser contado. Ele agiu como intermediário no casamento da intuição com a medição. Cardano, Pascal e Fermat forneceram um método para calcular os riscos de cada arremesso dos dados, mas Bernoulli nos apresenta àquele que está disposto a correr riscos – o jogador que escolhe quanto apostar ou se irá apostar. Enquanto a teoria das probabilidades estabelece as opções, Bernoulli define as *motivações* das pessoas que optam. Essa é uma área de estudos e um corpo teórico totalmente novos. Bernoulli estabeleceu a base intelectual de muito do que se seguiria, não apenas em economia, mas em teorias sobre como as pessoas tomam decisões e fazem escolhas em todos os aspectos da vida."<sup>24</sup>

Jacques, tio de Daniel, foi outro notável Bernoulli que também contribuiu para a teoria da probabilidade. Era ainda uma criança quando Fermat e Pascal desenvolveram seus trabalhos nessa área e foi contemporâneo de Leibniz e Isaac Newton. Em 1703, ele abordou pela primeira vez a questão de como calcular probabilidades a partir de amostras de dados. Em *Ars Conjectandi*, segundo Bernstein, o interesse de Jacques era definir onde termina a arte de pensar, a análise objetiva, e onde começa a conjectura, ou seja, estimar o todo a partir de partes. A primeira parte do trabalho de Jacques Bernoulli traz informações sobre o tratado escrito por Huygens. Na segunda parte, Jacques desenvolve uma teoria geral de permutações e combinações usando teoremas binominal e multinomial.

---

<sup>23</sup> P. Bernstein, *op. cit.*, p. 111.

<sup>24</sup> *Ibid*, p. 105.

Jacques começa observando que a teoria das probabilidades alcançara um ponto em que para chegar a uma hipótese de ocorrência de um evento, “basta que se calcule exatamente o número de casos possíveis e, depois, determine o grau em que um caso é mais provável de acontecer do que o outro”.<sup>25</sup>

Mas Jacques estava inconformado com o fato de as regras das probabilidades estarem restritas aos jogos de azar. Em carta à Leibniz, perguntou se ele não achava estranho que se soubesse as chances de se obter 7 em vez de 8 com um par de dados, mas não saber as probabilidades de um homem de 20 anos sobreviver a um de 60 anos. Ao que Leibniz redargüiu: “A natureza estabeleceu padrões que dão origem à recorrência dos acontecimentos, mas apenas na maior parte. Doenças novas assolam a raça humana; assim, por mais experimentos que você tenha feito com cadáveres, isso não significa que você tenha imposto um limite à natureza dos eventos, impedindo assim sua variação futura.”<sup>26</sup>

Bernstein nota que Jacques Bernoulli foi o primeiro a desenvolver probabilidades a partir de pequenas quantidades de informações. Além de colocar o problema claramente, ele definiu uma solução partindo do pressuposto de que “sob condições similares, a ocorrência (ou não-ocorrência) de um evento no futuro seguirá o mesmo padrão observado no passado”.<sup>27</sup> Em resumo, os três pressupostos obrigatórios de Jacques Bernoulli são: plena informação, tentativas independentes e relevância da avaliação quantitativa.

Mas Bernstein observa que Jacques estava consciente das restrições de tais pressupostos. Diferentemente dos jogos, na vida real quase nunca se tem informação completa o suficiente que permita o cálculo preciso das probabilidades. Como o exemplo de beisebol usado por Bernstein e o próprio jogo de *balla* não guardam relação estrita com a realidade. E Bernstein ressalta exatamente este aspecto das idéias de Jacques Bernoulli, qual seja, o de distinguir entre realidade e abstração na aplicação das leis da probabilidade. Tanto no jogo de *balla* quanto no beisebol os jogadores têm diferentes habilidades mentais e físicas que não podem ser medidas para efeito de cálculo das probabilidades de vitória de um ou de outro lado. Para Bernstein:

---

<sup>25</sup> *Ibid.*, p. 117.

<sup>26</sup> *Ibid.*, p.117.

<sup>27</sup> *Ibid.*, p. 119.

“A realidade é uma série de eventos interligados, cada um dependente de outro, radicalmente diferentes dos jogos de azar em que o resultado de qualquer jogada individual tem influência zero sobre o resultado da próxima jogada. Os jogos de azar reduzem tudo a um número exato, mas na vida real usamos com muito mais frequência do que medidas quantitativas precisas.”<sup>28</sup>

O teorema de Jacques Bernoulli para o cálculo *a posteriori* das probabilidades é chamado de a Lei dos Grandes Números. Para o caso de lances sucessivos de uma moeda, a lei enuncia que o fato de aumentar o número de jogadas vai também aumentar a probabilidade de que a razão entre um determinado resultado e o total de jogadas se desviará em 50% abaixo de uma certa quantidade – por exemplo, 2%. É a busca por determinar em que medida a média observada vai se desviar da média real de 50%.

Para ilustrar a teoria, Jacques Bernoulli elaborou um experimento mental: um jarro com três mil pedras brancas e duas mil pedras pretas. Segundo seus cálculos, seriam necessárias 25.550 retiradas de pedras do jarro para demonstrar, com uma chance superior a 1000/1001, que o resultado real não se desviaria mais de 2% da razão real de 3:2 – as pedras são devolvidas ao jarro a cada retirada.

Abraham de Moivre (1667-1754) foi outro importante matemático que se dedicou ao estudo da probabilidade. Escreveu *De mensura sortis*, publicada pela primeira vez em 1711, em *Philosophical Transactions*, publicação da Royal Society. Sete anos depois, De Moivre ampliou a obra e publicou *The Doctrine of Chances*. A partir de 1730, passou a se dedicar aos temas tratados por Jacques Bernoulli, sobre a representação do universo real a partir de amostras de fatos. Baseou-se em cálculo infinitesimal e no teorema binomial para demonstrar como sorteios aleatórios, como a jarra de Jacques Bernoulli, seriam distribuídos ao redor da sua média – até hoje é conhecida como curva em sino. Segundo Boyer, De Moivre teria sido o primeiro a trabalhar com a fórmula de probabilidades  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi/2}$ .

---

<sup>28</sup> Ibid., p. 120.

Bernstein resume a importância que o período visto até aqui teve nos séculos seguintes: “Todas as ferramentas atualmente usadas na administração do risco e na análise das decisões e opções, da rigorosa racionalidade da teoria dos jogos aos desafios da teoria do caos, resultam das evoluções ocorridas entre 1654 e 1760, com duas exceções (...)”.<sup>29</sup> As duas exceções seriam a idéia de “regressão à média”, de Francis Galton, de 1875, e o trabalho de Harry Markowitz, de 1952, demonstrando matematicamente que a melhor estratégia de investimento é a diversificação.

## 1.2. O século XIX: a utilidade em economia

Em *Desafio aos Deuses*, Peter Bernstein apresenta o desenvolvimento das idéias que de uma forma ou de outra serviram como base para o que chama de administração do risco – entre elas a teoria dos jogos, como lembrado pelo autor. E a teoria da probabilidade é, nas palavras de Bernstein, “o núcleo matemático do conceito de risco”.<sup>30</sup> E é nesta tentativa de mensurar os riscos e tentar prever o futuro que se forma a zona de confluência entre a matemática – por meio da teoria da probabilidade – e a economia. Segundo M. J. P. Spink: “A emergência do pensamento probabilístico forneceu o terreno necessário para pensar os riscos como passíveis de gerenciamento”.<sup>31</sup> Para a autora, dois fatores foram fundamentais para o desenvolvimento da teoria da probabilidade: o primeiro, um sistema de notação numérico capaz de permitir cálculos complexos – o que veio a ser satisfeito pelo sistema arábico, introduzido na Europa no século XIII, por Leonardo de Pisa, ou Fibonacci (cerca de 1180-1250). O segundo foi uma mudança nos padrões epistemológicos:

“Foi necessário ainda que ocorressem transformações internas, na esfera da epistemologia, que possibilitariam uma ressignificação do que era considerado conhecimento legítimo, acatando a inferência como procedimento legítimo de

---

<sup>29</sup> *Ibid.*, p. 5.

<sup>30</sup> *Ibid.*, p. 3.

<sup>31</sup> M. J. P. Spink, “Do Risco Probabilístico à Sociedade de Risco”, em <http://www.ensp.fiocruz.br/projetos/esterisco>.

conhecimento. Sem inferência, é óbvio, não seria possível uma teoria da probabilidade e seria impensável 'jogar' com o futuro".<sup>32</sup>

Spink tem interpretação interessante sobre o desenvolvimento da idéia de risco. Para ela, a noção moderna de risco está baseada na crença na racionalidade humana. Tal crença teria levado aos movimentos de criação de tabelas de mortalidade e de natalidade na Europa, para fortalecer as técnicas de governabilidade, e também no desenvolvimento da teoria matemática dos seguros, diante das perdas e ganhos com o comércio além-mar. Ou seja, é a tentativa de dominar os riscos com base em cálculos feitos a partir de informações de séries de eventos.

Na esfera social, Spink observa que a idéia de racionalidade está baseada na filosofia liberal e em um seu caráter mais específico: o utilitarismo. E. K Hunt enumera cinco interpretações que seriam características principais comuns aos que partilham da filosofia do utilitarismo. Primeiro, a especialização do trabalho teria isolado os produtores, que não mais se sentiam como parte integrante de uma sociedade. As pessoas passariam a ser vistas como egoístas, o que poderia ser constatado nos escritos de Thomas Hobbes. Em seguida, este homem egoísta por natureza se comportaria de acordo com uma máxima filosófica: procuraria obter prazer e evitar a dor – o que veio a ser a base da teoria utilitarista. Em terceiro lugar, a especialização econômica acabou por criar a necessidade do funcionamento, com êxito, do mercado, para que os produtores pudessem vender suas mercadorias livremente. Em quarto lugar, estaria a acumulação de capital (ferramentas, máquinas, fábricas, etc) e, por último, a concorrência. Vejamos o que diz Hunt, de tendência marxista, sobre o utilitarismo:

"O comportamento humano nunca era explicado como meramente habitual, caprichoso, acidental, supersticioso, religioso, altruísta ou, simplesmente, emocional e não-racional. Todos os atos humanos passaram a ser vistos como consequência de decisões calculadas, racionais, nas quais o indivíduo agia de modo muito parecido com um contador, ponderando todos os lucros (prazeres) a ser obtidos com determinado ato, deduzindo todos os custos (dor) a serem causados por este ato e,

---

<sup>32</sup> *Ibid.*

depois, escolhendo racionalmente o ato que maximizasse o excesso de prazer sobre a dor.”<sup>33</sup>

A filosofia utilitarista foi desenvolvida primeiramente pelo inglês Jeremy Bentham (1748-1832), cujas idéias teve influência social por mais de 60 anos, não só na Inglaterra, mas também na Europa Continental. O pensamento de Bentham pode ser resumido por ele mesmo no começo do capítulo 1 de sua obra mais conhecida, *An Introduction to the Principles of Morals and Legislation*:

“A natureza colocou a humanidade sob o domínio de dois mestres soberanos, a dor e o prazer. Só eles podem mostrar o que devemos fazer, bem como determinar o que faremos. De um lado, os padrões de certo e errado, de outro, a cadeia de causas e efeitos estão em seus tronos. Eles nos governam em tudo o que fazemos, em tudo o que dizemos, em tudo o que pensamos: todo esforço que fazemos para nos livrar da sujeição, servirá apenas para demonstrá-la e confirmá-la. Em palavras, um homem pode pretender abjurar seu império: mas, na realidade, ele continuará sujeito a ele sempre. O princípio da utilidade reconhece essa sujeição e a aceita como fundamento deste sistema (...).”<sup>34</sup>

Para Bentham: “Utilidade significa a propriedade de qualquer objeto que tenda a produzir algum benefício, vantagem, prazer, bem ou felicidade (tudo isso, neste caso, equivale à mesma coisa) ou (o que vem a ser novamente a mesma coisa) a impedir danos, dor, mal ou infelicidade à parte cujo interesse esteja sendo considerado”.<sup>35</sup> Bentham argumentava que o comportamento humano, em todos os tempos, seria sempre guiado por um único princípio: o desejo de maximizar a utilidade. Segundo Hunt: “Reduzindo todos os motivos humanos a um único princípio, Bentham achava que tinha encontrado a chave da elaboração de uma ciência do bem-estar ou da felicidade humana que pudesse ser expressa matematicamente e que pudesse um dia ser elaborada com a mesma exatidão numérica que a física como ciência”.<sup>36</sup>

<sup>33</sup> E. K. Hunt, *História do Pensamento Econômico*, pp. 146-47.

<sup>34</sup> J. Bentham, *An Introduction to the Principles of Morals and Legislation*, p. 14.

<sup>35</sup> *Ibid.*, p. 15.

<sup>36</sup> E. K. Hunt, *op. cit.*, p. 148.

E Bentham apresentou um método para quantificar os prazeres, que seriam maiores ou menores de acordo com sete circunstâncias: 1.Intensidade. 2.Duração. 3.Certeza ou incerteza. 4.Proximidade ou afastamento. 5.Fecundidade. 6.Pureza. 7.Extensão. Além disso, ele considerava o homem fundamentalmente individualista e preguiçoso. O interesse próprio estaria em primeiro lugar e nenhum trabalho seria feito sem a promessa de um grande prazer ou de evitar uma grande dor.

Com essas idéias, Bentham formulou os fundamentos filosóficos dos quais se utilizaram os economistas neoclássicos na abordagem marginalista, baseada na teoria do valor-utilidade – em contraposição à teoria do valor-trabalho, desenvolvida por Adam Smith (1723-1790) e David Ricardo (1772-1823) e, mais tarde, por Karl Marx (1818-1883).

Jean-Baptiste Say (1767-1832) e Nassau Senior (1790-1864) foram os primeiros estudiosos a seguir as idéias de Bentham e começar a desenvolver a teoria do valor-utilidade. Segundo Hunt, mesmo se dizendo um discípulo de Smith, Say se desviou profundamente das idéias daquele, abandonando a perspectiva da produção ou da teoria do valor-trabalho e introduzindo a abordagem da utilidade na economia política. Em vez da quantidade de trabalho, como defendido por Smith e Ricardo, o valor de troca de uma mercadoria seria determinado pela sua utilidade. Mas Say é até hoje reconhecido pela sua lei dos mercados, que leva o seu nome. Para ele, um mercado livre se ajustaria automaticamente; ou seja, uma espécie de equilíbrio em que todos os recursos estariam completamente utilizados – ou pleno emprego. Mesmo que tal interpretação já tivesse sido apresentada por Smith, Ricardo e mesmo Bentham em seus primeiros escritos, ela passou a ser conhecida como Lei de Say. Tal idéia foi rejeitada por autores como Thomas Malthus (1766-1834), contemporâneo de Say, e posteriormente por Marx e John Maynard Keynes (1883-1946), já no século XX, entre outros. Em uma longa troca de cartas com Malthus, Say defendeu a idéia de que não poderia haver uma superprodução geral ou, ao contrário, uma depressão tal que resultasse em desemprego involuntário. Ele argumentava que uma pessoa não produziria algo se não desejasse trocar a sua produção por aquela de outra pessoa. Portanto, uma oferta criaria uma demanda da mesma magnitude; ou nas palavras de

Say: "Produção abre caminho para produção".<sup>37</sup> Os desequilíbrios, como as superproduções de algumas mercadorias, seriam casos eventuais. Poderia haver superprodução de mercadorias que estivessem com preços muito altos e, ao contrário, pouca produção daquelas cujos preços estivessem muito baixos. Assim, na busca pelo lucro máximo, os capitalistas procurariam produzir mais daquelas mercadorias com melhores preços e menos daquelas com preços baixos. Isso elevaria os preços dos produtos que estivessem muito baixos e reduziria os preços que estivessem muito altos.

Já Senior apresentou a primeira definição de uma abordagem metodológica para a economia política da época. Para Hunt, Senior teve a intenção de apresentar uma teoria como sendo neutra e científica, que não tivesse o estigma de ser a defesa dos interesses de qualquer pessoa ou classe social. Nas palavras de Hunt:

"Senior afirmou que proposições éticas não estavam sujeitas à confirmação nem comprovação científica. Portanto, enquanto elas continuassem fazendo parte da teoria econômica, o progresso científico nunca poderia levar os teóricos a um acordo. Para que a economia política se tornasse uma ciência, era preciso, primeiro, dela eliminar todas as premissas não-científicas e éticas. Após essa eliminação, sobriam alguns princípios empíricos e claramente estabelecidos da vida econômica. Então, pela lógica dedutiva, os economistas poderiam explorar cientificamente toda as implicações teóricas e práticas destes princípios empiricamente comprovados. O uso ou a aplicação destas conclusões interessa ao economista cientista, mas ao moralista ou ao legislador. A Economia Política seria uma 'ciência pura', despida de valores e neutra"<sup>38</sup>

Com base em sua metodologia, Senior apresentou ainda quatro proposições gerais:

- "1. Todo homem deseja conseguir mais riqueza com o mínimo sacrifício possível.
2. A população do mundo ... é limitada apenas pelo mal moral ou físico ou pelo medo de uma falta dos produtos que os hábitos dos indivíduos ou de cada classe de seus habitantes os levam a querer.

---

<sup>37</sup> J. B Say *apud* E. K Hunt, *op. cit.*, p. 155.

<sup>38</sup> E. K. Hunt, *op. cit.*, p. 160.

3. Os poderes do trabalho e dos outros instrumentos que produzem riqueza podem ser indefinidamente aumentados se seus produtos forem usados como meios de produzir mais.

4. Mantendo-se a capacidade agrícola, um trabalho adicional na terra de determinado distrito produz, em geral, um retorno menos do que proporcional; em outras palavras, embora a cada aumento de trabalho o retorno agregado aumente, este aumento não é proporcional ao aumento do trabalho.”<sup>39</sup>

Senior discordou de Bentham quanto à idéia de transferir riqueza dos mais ricos para os mais pobres. Para Bentham, isso aumentaria a utilidade social total aumentaria, já que pequenas variações na quantidade de riqueza dos mais ricos – para mais ou para menos – pouco alteraria a utilidade proporcionada por ela. Ou seja, a utilidade gerada pelo acréscimo de riqueza dos pobres seria maior do que a desutilidade da perda de riqueza dos ricos. Mas, para Senior, essa matemática não era tão simples assim: “Ninguém acha que todas as suas necessidades estão plenamente satisfeitas... todo o mundo tem alguns desejos insatisfeitos, que julga poder satisfazer com mais riqueza”.<sup>40</sup> Hunt cita um outro trecho de Sênior em que ele contesta Bentham: “A natureza e a urgência das necessidades de cada indivíduo são tão variadas quanto as diferenças de caráter.”<sup>41</sup> Isso impossibilitaria qualquer tentativa de comparação sobre o grau de utilidade entre os indivíduos quando de um aumento ou de uma redução da quantidade de suas riquezas.

Outro importante precursor da teoria econômica neoclássica foi o francês Antoine Augustin Cournot (1801-1877) foi filósofo, matemático e um dos precursores do que viria a ser conhecida como a “escola marginalista”. Em 1821, influenciado pela idéias de Laplace, ele começou a estudar matemática na École Normale Supérieure. Mas, no ano seguinte, teve que se transferir para a Sorbonne, por causa do fechamento da ENS; onde se licenciou em matemática, em 1823. Além de Laplace, Cournot também foi influenciado pelas idéias de Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) e Jean Nicolas Pierre Hachete (1769-1834). Ex-discípulo de Condorcet, Hachete apresentou a Cournot a “matemática social”, doutrina baseada na idéia de que as ciências da sociedade, assim

<sup>39</sup> N. Senior *apud* H. K. Hunt, *op. cit.*, p.162.

<sup>40</sup> N. Senior *apud* H. K. Hunt, *op. cit.*, p. 163.

<sup>41</sup> N. Senior *apud* H. K. Hunt, *op. cit.*, p. 163.

como as físicas, podiam ser tratadas matematicamente – pensamento do qual também comungariam John von Neumann e Oskar Morgenstern, um século mais tarde, na aplicação da teoria dos jogos aos problemas econômicos.

Em 1829, Cournot obteve o doutorado em ciências, com foco em mecânica e astronomia. Em 1834, sob a influência de Siméon-Denis Poisson, ele conseguiu um cargo de professor de análise e mecânica em Lion e, no ano seguinte, foi diretor em Grenoble. Mas em 1838 já estava de volta a Paris como inspetor geral de estudos. Naquele ano, publicou sua principal obra em economia: *Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses* [Pesquisa sobre os Princípios Matemáticos da Teoria da Riqueza].

Cournot começa analisando o papel da matemática aplicada às ciências sociais. Conforme Sandroni, a obra do matemático francês é considerada o ponto de partida do uso da matemática em economia, pois apresenta relações como demanda, oferta e preço em forma de funções matemáticas.<sup>42</sup> Cournot também considerava que o valor de troca é o fundamento da riqueza. Mas a principal idéia apresentada naquela obra e que até hoje consta dos livros de microeconomia é a teoria do duopólio.

O capítulo 7 Cournot reservou para desenvolver seu modelo de duopólio. Seriam duas firmas que produziam mercadorias “homogêneas”, ambas cientes de que a quantidade produzida pela concorrente vai ter impacto nos preços e, conseqüentemente, nos seus lucros. Então, cada uma delas vai procurar produzir a quantidade que maximizar seus lucros, dada a quantidade produzida pela concorrente. Cada uma, de acordo com o modelo de Cournot, produziria uma quantidade de mercadoria conforme antecipava o que a concorrente iria produzir.

As idéias de Cournot sobre o duopólio refletiam o cenário econômico da segunda metade do século XIX, quando grandes empresas começavam a tomar conta dos mercados, em detrimento da participação das pequenas – processo que se intensificou nas últimas três décadas daquele século. Isso alterava substancialmente o modelo de Smith de um mercado composto por muitas empresas em livre concorrência. Nada mais adequado a este cenário do que uma teoria que explicasse a competição não de muitas empresas em cada mercado, mas de poucas e grandes.

---

<sup>42</sup> P. Sandroni, “COURNOT, Antoine Augustin”, in *Novo Dicionário de Economia*, p. 79.

Mesmo assim, o livro não atraiu a atenção da maioria dos pensadores que se dedicavam à economia, pelo menos não até o final do século XIX. Sandroni confirma: “As aplicações matemáticas de Cournot aos problemas do preço no regime de concorrência perfeita, de monopólio ou do que se conhece hoje como duopólio foram esquecidas por muito tempo e só retomadas por marginalistas como Jevons e Walras.”<sup>43</sup>

Cournot escreveu também *Exposition de la Théorie des Chances et des Probabilités* [Exposição da Teoria das Chances e das Probabilidades]. Isso faz dele um dos primeiros a se dedicar ativamente ao estudo da matemática com interesse em aplicação na economia. O que era uma postura diferente da adotada pelos economistas clássicos. Em *O Mercado das Crenças*, o economista Eduardo Gianetti da Fonseca, observa:

“Os fundadores iluministas da economia moderna, F. Quesnay e Adam Smith, ainda mantiveram suas explicações sobre o comportamento humano essencialmente diferente das interpretações dos processos naturais baseadas nas realizações da física do século XVII. Foi só no último quartel do século XIX, com o advento da ‘mecânica da utilidade e do auto-interesse’ jevoniana, que o modelo mecânico de explicação do comportamento humano fez um progresso decisivo na esfera da economia.”<sup>44</sup>

De fato, foi na década de 1870, quando se intensificava o processo de concentração do capitalismo empresarial, que a teoria baseada no utilitarismo chegou ao seu ápice. Três obras fundamentais vieram a público: *Teoria de Economia Política*, de William Stanley Jevons (1835-1882), *Princípios de Economia Política*, de Carl Menger (1840-1921) – ambos em 1871 – e *Elementos de Economia Política Pura*, de León Walras, três anos depois. Os três livros estabeleceram a estrutura formal da economia neoclássica ou marginalista. Eles apresentaram soluções independentes para o paradoxo da água e do diamante, usado por Smith como argumento de que não havia uma relação direta entre a utilidade de uma mercadoria e seu valor de troca. Nas perspectivas de Hunt:

---

<sup>43</sup> *Ibid.*, p. 79.

"Não há dúvida de que, por terem eles sido os primeiros pensadores a propor uma teoria do valor coerente com a perspectiva filosófica geral utilitarista, os economistas conservadores posteriores consideraram suas teorias como uma 'revolução' no pensamento econômico, referindo-se à década de 1870 como uma separação de águas entre a Economia clássica antiquada e a Economia neoclássica moderna e científica".<sup>45</sup>

Os três autores desenvolveram, independentemente, a idéia de utilidade marginal decrescente e como ela determinava os valores das mercadorias – o que não havia sido feito pelos antecessores Bentham, Say e Senior. Segundo Hunt: "O marginalismo permitiu que a visão utilitarista da natureza humana, que era considerada somente uma maximização racional e calculista da utilidade, fosse formulada em termos de cálculo diferencial. Este foi o verdadeiro começo da tendência à formulação matemática esotéricas das teorias econômicas".<sup>46</sup> Hunt observa que, mesmo assim, Menger tinha restrições à aplicação da matemática na economia e que, por isso, os economistas matemáticos se referem a Jevons e a Walras como os mais importantes criadores da moderna teoria econômica.

Jevons esclarece que as idéias de Bentham são mesmo o ponto de partida para a teoria que desenvolve em *Teoria de Economia Política*. A abordagem dele é voltada para os aspectos da circulação das mercadorias, ou seja, aos mercados, ou aos preços. Sob essa ótica, interessava discutir como as pessoas se comportam no mercado. Para ele, os indivíduos têm duas características que os definem como agentes econômicos: i) eles extraem utilidade do consumo das mercadorias e ii) o comportamento de maximização racional era a única característica humana que deveria ser levada em conta no estudo da economia.

Jevons também avaliou que os economistas anteriores não tinha conseguido perceber a diferença entre utilidade total proporcionada por uma determinada quantidade de mercadorias e o "grau final de utilidade" tido pelo consumidor até o último pequeno incremento da mesma mercadoria – o que depois passou a ser

---

<sup>44</sup> E. G. da Fonseca, *O Mercado das Crenças*, p. 50.

<sup>45</sup> E. K. Hunt, *op. cit.*, p. 279.

<sup>46</sup> *Ibid.*, p. 279.

conhecido como “utilidade marginal”. Jevons expressou matematicamente a idéia de que a utilidade total tinha relação com a quantidade consumida:  $UT = f(Q)$ . Hunt explica:

“Em cálculo, a primeira derivada de uma função só diz até que ponto a variável dependente (no caso, a utilidade total) varia em decorrência de uma variação infinitesimal da variável independente (no caso, a quantidade consumida). A primeira derivada da função de utilidade total dá a utilidade marginal com qualquer quantidade consumida determinada. A lógica da maximização poderia ser formulada facilmente através de cálculos. A função de utilidade total era maximizada quando a quantidade era aumentada a ponto de a utilidade marginal ser igual a zero.”<sup>47</sup>

Assim como John Von Neumann e Oskar Morgenstern fariam mais tarde, Jevons também recorreu a comparações da economia com a física para justificar o uso da matemática na teoria econômica. Na introdução à primeira edição, de 1871, ele escreveu:

“A Teoria da Economia, tratada dessa forma, sugere uma estreita analogia com a ciência da Mecânica Estática, e verifica-se que as Leis de Troca se assemelham às Leis do Equilíbrio de uma alavanca, determinadas sob o princípio das velocidades virtuais. A natureza da Riqueza e do Valor explica-se por meio da consideração de minúsculas quantidades de prazer e sofrimento, assim como a Teoria da Estática é feita de forma a sustentar-se na igualdade de indefinidamente pequenas quantidades de energia.”<sup>48</sup>

Rejeitando o uso de equações matemáticas, Menger apresentou sua teoria da utilidade total e marginal na forma de uma engenhosa tabela numérica, como a da tabela 1.2. Mesmo apresentada de forma diferente, a idéia de Menger é muito semelhante à de Jevons. Vejamos a tabela a seguir:

---

<sup>47</sup> *Ibid.*, p. 281.

<sup>48</sup> W. S. Jevons, *A Teoria da Economia Política*, p. 16.

Tabela 1.2<sup>49</sup>

## Uma Ilustração da Utilidade Marginal Decrescente

Número de unidades consumidas	Tipo de Mercadoria									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
2	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
3	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
4	7	6	5	4	3	2	1	0		
5	6	5	4	3	2	1	0			
6	5	4	3	2	1	0				
7	4	3	2	1	0					
8	3	2	1	0						
9	2	1	0							
10	1	0								
11	0									

Na tabela, a utilidade marginal de uma determinada mercadoria é encontrada da seguinte forma: encontra-se a terceira coluna de mercadorias relacionando-se os números dela com os de quantidades consumidas. Por exemplo: a utilidade marginal da quarta unidade da mercadoria III é 5. Segundo explicação do próprio Menger:

“Suponhamos que a escala da coluna I expresse a importância, para um indivíduo, da satisfação de sua necessidade de alimento, e que esta importância diminua de acordo com o grau de satisfação já atingido, e que a escala da coluna V expresse, da mesma forma, a importância de sua necessidade de fumo. É evidente que a satisfação de sua necessidade de alimento, até um certo grau de saciedade, tem, sem dúvida, uma importância maior para este indivíduo do que a satisfação de sua necessidade de fumo. Mas, se sua necessidade de fumo já estiver satisfeita até um determinado grau de saciedade (se, por exemplo, uma satisfação maior ainda de sua necessidade de alimento só tiver, para ele, a importância cujo valor numérico é 6), o

<sup>49</sup> E. K Hunt, *op. cit.*, p. 287.

consumo de fumo começa a ter, para ele, a mesma importância que a maior satisfação de sua necessidade de alimento. O indivíduo, portanto, se esforçará, a partir deste ponto, para equilibrar a satisfação de sua necessidade de fumo e a satisfação de sua necessidade de alimento.”<sup>50</sup>

---

<sup>50</sup> C. Menger *apud* E.K Hunt, *op. cit.*, p. 287.

## CAPÍTULO 2

### Hilbert, von Neumann e Morgenstern

Como anotou Eric Hobsbawm: “Nenhum período da história foi mais penetrado pelas ciências naturais, nem mais dependente delas do que o século XX”.<sup>51</sup> Outro trecho de Hobsbawm retrata bem o impacto do desenvolvimento científico em finais do século XIX e começo do XX:

“Em determinado período da Era dos Impérios partiram-se os laços entre as descobertas dos cientistas e a realidade baseada na experiência dos sentidos ou por eles imaginável; e o mesmo se deu com os laços entre a ciência e o tipo de lógica baseado no senso comum ou por ele imaginado. Os dois rompimentos reforçaram-se um ao outro, pois o progresso das ciências naturais passou a depender cada vez mais de pessoas escrevendo equações (ou seja, sentenças matemáticas) em pranchetas de papel do que fazendo experiências em laboratório. O século XX seria o século dos teóricos dizendo aos práticos o que devia buscar e encontrar à luz de suas teorias; em outras palavras, o século dos matemáticos.”<sup>52</sup>

Robert Leonard comenta que havia entre os matemáticos húngaros e alemães do começo do século XX alguma discussão sobre a matemática dos jogos. Na mesma linha da axiomatização, os matemáticos estariam interessados em mostrar que a formalização poderia ser uma ferramenta aplicável mesmo em áreas que, até então, não eram consideradas como suscetíveis de matematização. Em áreas mais óbvias, como a física, o programa de David Hilbert (1862-1943) levou a axiomatização para a teoria cinética dos gases e para a mecânica quântica. As áreas menos óbvias seriam as atividades sociais, sendo analisadas do ponto de vista da matemática dos jogos de salão.

Um dos pioneiros da matemática dos jogos foi Ernst Zermelo, também colega de Hilbert. No Congresso Internacional de Matemáticos, em Cambridge, em 1912, ele apresentou “On the Application of Set Theory to the Theory of Chess”, contendo uma

---

<sup>51</sup> E. Hobsbawm, *Era dos Extremos: O Breve Século XX 1914-1991*, p. 504

prova indutiva de que o resultado de um jogo de xadrez é estritamente determinado – as brancas podem forçar uma vitória, assim como as pretas também podem, ou os dois jogadores podem forçar, pelo menos, um empate.

Este trabalho desencadeou uma série de outros por parte de colegas de Zermelo, como Denes König e Laszlo Kalmar. Cada um conhecia a obra do outro e, segundo Leonard, foi este ambiente de ligação entre a teoria dos conjuntos e os jogos de salão que levou von Neumann ao trabalho sobre o teorema minimax – que será tratado no capítulo 3. Isso também reforça a hipótese do presente trabalho de que a teoria dos jogos nasceu do ambiente do programa de pesquisa de Hilbert. Pelo menos em parte, já que é preciso também lembrar da participação de Morgenstern.

O programa de pesquisa de Hilbert emergiu na virada do século XIX para o XX. Para Leonard, seria uma resposta a uma crise aberta na matemática por causa de alguns paradoxos, como o de Georg Cantor (1845-1918) e de Bertrand Russel (1872-1970).<sup>53</sup> O programa de Hilbert pretendia colocar em bases sólidas, ou seja, axiomatizar a teoria dos conjuntos, que deveria também partir de um número limitado de postulados. Em 1899, Hilbert apresentara os axiomas para a geometria euclidiana, quando mostrara os postulados básicos necessários para a completude e consistência daquele sistema.

No entanto, o relaxamento de um dos postulados, o das paralelas, deu origem a um novo sistema geométrico, consistente e completo, ainda que em contradição com o sistema euclidiano. Leonard cita Hermann Weyl, para quem este teria sido o ponto de mudança da ênfase na abstração matemática, em vez dos conteúdos intuitivos – como já mencionado por Hobsbawm. Seria um mundo em desacordo com a experiência sensível: “[...] um movimento na contramão do conhecimento intuitivo – neste caso, nosso mundo cotidiano de superfícies planas e linhas retas – para a situação na qual termos matemáticos foram separados de qualquer conteúdo empírico externo direto e simplesmente definidos axiomáticamente dentro do contexto da própria teoria.”<sup>54</sup>

---

<sup>52</sup> *Ibid.*, pp. 515-16.

<sup>53</sup> O paradoxo de Russel é conhecido como o paradoxo do barbeiro: em uma vila, o barbeiro faz a barba de todos os homens que não se barbeiam. Quem faz a barba do barbeiro? Qualquer resposta é contraditória.

Ainda na concepção de Weyl, com Hilbert, a questão da verdade passou a ser a questão da consistência; a era do formalismo chegara.

Leonard conta que nos 50 anos após 1895, durante os quais reinou em Göttingen, Hilbert deu contribuições à matemática que o teriam elevado ao patamar de um Arquimedes, um Newton ou um Gauss. Até 1902, ele já tinha trabalhos de destaque em campos como teoria invariante, cálculo de variações e fundamentos de geometria. Essa última área marcou o começo da preocupação da comunidade matemática com a maneira com que as provas matemáticas eram relacionadas com os axiomas que as sustentavam. Nas palavras de Leonard:

“O rigor verdadeiro, para Hilbert, exigia que os axiomas fossem completos, no sentido de que todos os teoremas fossem deriváveis deles; independentes, no sentido de que a retirada de qualquer axioma tornaria impossível provar pelo menos alguns dos teoremas; e consistente, para que teoremas não contraditórios pudessem ser estabelecidos usando-se tais axiomas”<sup>55</sup>

Segundo Leonard, incomodado com a aparente falta de ordem nos trabalhos dos físicos, Hilbert voltou-se para a matemática dos fenômenos físicos, trabalhando com teoria cinética dos gases e teoria elementar da radiação. Em ambos, procurou desenvolver uma teoria matemática consistente com a física, baseada em axiomas.

Von Neumann estava entre os seguidores de Hilbert, em companhia de Zermelo (1871-1956), Abraham Fraenkel (1891-1965), Kurt Gödel (1906-1978) e Paul Bernays (1888-1977), entre outros.

---

<sup>54</sup> “From Parlor Games to Social Science: von Neumann, Morgenstern, and the Creation of Game Theory 1928-1944”, p. 732.

## John von Neumann <sup>56</sup>



De família judia não praticante, John von Neumann nasceu na capital da Hungria, Budapeste, em 28 de dezembro de 1903, tendo sido registrado como János von Neumann. Quando criança, o filho mais velho do banqueiro Max Neumann era chamado pelo diminutivo Jancsi, que em inglês virou Johnny.

John cresceu em um ambiente culto. A família tinha governantas francesas e alemãs para que as crianças pudessem ser fluentes nas línguas necessárias para ter sucesso na sociedade húngara do início do século XX. Rico e culto, Max Neumann comprou uma biblioteca, na qual Johnny passava horas todos os dias. Segundo William Poundstone, o menino teria lido todos os volumes da enciclopédia da história do mundo, do historiador alemão Wilhelm Oncken.

Von Neumann é daqueles personagens repletos de histórias prodigiosas, quase folclóricas. Poundstone conta que ele tinha memória fotográfica: a família entretinha os visitantes com as proezas do pequeno, como decorar páginas da lista telefônica em algumas poucas lidas; e conseguia fazer comparações de alguns fatos da Primeira Guerra com aqueles lidos nos volumes de Oncken – isso aos dez anos de idade. Além disso, dizem que era capaz de dividir e multiplicar números de seis algarismos de cabeça, aos oito anos.

De 1911 a 1921, von Neumann frequentou o Ginásio Luterano, uma escola média só para garotos com forte reputação acadêmica. O professor de matemática Laszlo Rácz identificou o potencial incomum de Johnny e recomendou ao pai um programa de estudo especial.

Durante o governo comunista de Béla Kun, em 1919, a família von Neumann fugiu para a Áustria; Johnny tinha então 15 anos.

---

<sup>55</sup> R. Leonard, "Creating a Context for Game Theory", in E. R. Weintraub, *Toward a History of Game Theory*, p. 41.

<sup>56</sup> W. Poundstone, *Prisoner's Dilemma*, pp. 11-35.

Von Neumann queria estudar matemática, mas seu pai não aprovou. Não seria uma profissão que daria dinheiro, e o pai preferia ver o filho seguir o caminho das finanças. Por sugestão de um amigo da família, pai e filho concordaram que ele cursaria química nas universidades de Berlim e de Budapeste. Mudou-se para Berlim e voltava a Budapeste apenas para fazer os exames exigidos pela universidade. Entre 1921 e 1923, em Berlim, foi, segundo Robert Leonard, influenciado por Erhard Schmidt, um ex-aluno de David Hilbert.

Os estudos o levaram ao Swiss Federal Institute of Technology, em Zurique, onde obteve o diploma em engenharia química, em 1925. Mas não abandonara a matemática, área em que recebeu o seu PhD, na Universidade de Budapeste, em 1926. A Hungria daquele tempo produziu ainda outros cientistas de renome, como o físico Eugene Wigner, Edward Teller, Dennis Gabor e Leo Szilard. A maior parte migrou para a Alemanha e, depois, para os Estados Unidos, fugindo do regime nazista de Adolf Hitler.

A carreira acadêmica começou na Universidade de Berlim, onde foi o mais jovem Privat Dozent (um tipo de professor assistente). Mudou-se para a Universidade de Hamburgo, onde ficou entre 1929 e 1930. Fez o pós-doutorado na Universidade Göttingen, onde teve como professor o matemático David Hilbert, que tinha sob sua orientação algumas das mentes mais promissoras da época, como J. Robert Oppenheimer. Von Neumann e Oppenheimer se encontrariam anos mais tarde, em Los Alamos.

A mudança para os Estados Unidos teve início com um convite para dar um curso sobre teoria quântica durante um semestre, na Universidade Princeton, em 1929. Antes, porém, casou-se com Mariette Koevesi e converteu-se ao catolicismo. Logo passou a uma posição permanente em Princeton. Em 1933, com a ascensão dos nazistas ao poder na Alemanha, ele desistiu dos vínculos profissionais que ainda mantinha naquele país. Mas, segundo Poundstone, ele mesmo observou que a migração para a Alemanha e depois para os Estados Unidos foi motivada pelas oportunidades na carreira, e não pela fuga do regime nazista, ainda que ele o abominasse.

Quando o Instituto de Estudos Avançados de Princeton (IEA) foi criado, em 1933, von Neumann foi nomeado integrante. Como não era uma entidade de ensino propriamente dito, isso acabou marcando o final da curta carreira de von Neumann como professor. Ele era tido como um professor “indiferente”, cujo pensamento rápido alijava os menos versados em alta matemática. Escrevia as equações na lousa e as apagava antes que os alunos pudessem copiá-las.<sup>57</sup>

A sala de von Neumann, no IEA, era ao lado da de Einstein. A propósito de ambos, a revista *Life* publicou:

“A mente de Einstein era lenta e contemplativa. Ele podia pensar em alguma coisa durante anos. A mente de Johnny era exatamente o oposto. Era rápida como um relâmpago – impressionantemente rápida. Se você desse um problema a ele, ou ele resolveria na hora, ou não resolveria nunca. Se ele tivesse que pensar sobre ele durante muito tempo e se enfadasse, seu interesse começaria a se desviar. E a mente de Johnny não brilharia a menos que no que quer que ele estivesse trabalhando colocasse sua inteira atenção.”<sup>58</sup>

Von Neumann participou de vários projetos de pesquisa, ao longo de sua vida curta. Dentre eles, a teoria dos jogos não foi a mais destacada nem aquela a qual dedicou mais tempo. Na década de 1920, por exemplo, ele integrou o esforço de Hilbert para colocar a matemática em alicerces mais sólidos, buscando uma formalização mais rigorosa de vários campos da matemática, partindo de um número finito de axiomas. O programa de Hilbert foi estabelecido depois que Bertrand Russell e Alfred North Whitehead encontraram paradoxos na teoria dos conjuntos que poderiam comprometer as bases da matemática. A tentativa de Hilbert e seus seguidores de assentar a matemática em axiomas solidamente estabelecidos sofreu um duro golpe com a publicação, em 1931, de um trabalho do lógico Kurt Gödel provando que nenhum sistema de formalização da aritmética, por mais completo que fosse, poderia ser ao mesmo tempo completo e consistente – ou seja, a axiomatização tinha limites inerentes à própria matemática.

---

<sup>57</sup> W. Poundstone, *op. cit.* p. 17.

<sup>58</sup> *Ibid*, p. 18.

Ainda na década de 1920, von Neumann envolveu-se com a teoria quântica. Talvez inspirado pelo físico alemão Werner Heisenberg, que fora a Göttingen dar uma palestra sobre o seu princípio da incerteza – segundo o qual é impossível medir simultânea e precisamente a posição e a velocidade de uma partícula elementar. Von Neumann passou a trabalhar em teoria quântica e publicou um trabalho sobre a questão do indeterminismo. Até então, o indeterminismo era tido como o resultado de padrões ainda não conhecidos que precisavam ser descobertos para se estabelecer o determinismo. Von Neumann concluiu que não, que não havia parâmetros a serem estabelecidos que fossem suficientes para restabelecer a causalidade; ou seja, o indeterminismo seria inerente à teoria quântica devido à interação entre o observador e o objeto observado.

Segundo Mirowski, a axiomatização foi uma tendência nos trabalhos de von Neumann nos anos 20, quando se interessava pela formalização da teoria dos conjuntos e da mecânica quântica, temas aos quais Hilbert se dedicava. Von Neumann tentou estabelecer um conjunto conciso de axiomas para a teoria dos conjuntos. Nas palavras de Stanislaw Ulam: “Ele parece perceber o objetivo de Hilbert de tratar a matemática como um jogo finito. Aqui alguém pode adivinhar o princípio do futuro interesse de von Neumann por computadores e pela mecanização das provas.”<sup>59</sup> E Mirowski complementa: “Esse ideal de Hilbert que sugeria que de algum modo a matemática transcendia os interesses mundanos e confusões continuou com von Neumann até muito tempo depois que o programa formalista fora abandonado”.<sup>60</sup> E cita um discurso do próprio von Neumann, de 1954, sobre “O Papel da Matemática nas Ciências e na Sociedade”, no qual ele “ecoaria” os mesmos “preconceitos” de Hilbert: “A matemática provê algo que é muito importante, quer dizer, que é estabelecer certos padrões de objetividade, certos padrões de verdade; e é importante que pareça dar meios de estabelecer estes padrões, de preferência independentemente de qualquer outra coisa, independentemente de questões emocionais e morais.”<sup>61</sup>

---

<sup>59</sup> S Ulam *apud* P. Mirowski, “What Were von Neumann and Morgenstern Trying to Accomplish”, in *Toward a History of Game Theory*, p.117.

<sup>60</sup> *Ibid.*, pp. 117-18.

<sup>61</sup> J. von Neumann *apud* P. Mirowski, “What Were von Neumann and Morgenstern Trying to Accomplish”, in *Toward a History of Game Theory*, p. 118.

No final da década de 1930, von Neumann passou a se dedicar também à teoria dos jogos, estimulado por Morgenstern. Disso trataremos mais detidamente no capítulo 3. A teoria dos jogos passou a ser usada na estratégia militar do entreguerras e seu centro de estudos era a Rand Corporation – uma empresa de pesquisas de alto nível da Força Aérea americana instalado em Santa Monica, na Califórnia.

Nas palavras de Sylvia Nasar:

“Nada semelhante à Rand do início dos anos 50 existia antes ou existiu depois. Era um grupo de pesquisa de alto nível original, um estranho híbrido cuja missão exclusiva era aplicar a análise racional e os métodos quantitativos mais recentes ao problema de como usar o aterrorizante armamento nuclear para evitar a guerra com a Rússia – ou para vencer uma guerra se os meios de intimidação falhassem. As pessoas na Rand estavam ali para pensar o impensável, na famosa frase de Herman Kahn. Ela atraiu alguns dos melhores cérebros da matemática, física, ciência política e economia. É bem possível que a Rand tenha sido o modelo para a série *Foundation* de Isaac Asimov, sobre uma organização semelhante à Rand, repleta de cientistas sociais hiper-rationais – psico-historiadores – que deveriam salvar a galáxia do caos. E Kahn e Von Neumann, os mais célebres pensadores da Rand, estavam entre os pretensos modelos do Doutor Strangelove. Embora seu apogeu tenha durado uma década ou menos, o modo da Rand de encarar o conflito humano não apenas moldou a defesa americana na segunda metade do século XX, mas também deixou uma marca profunda e duradoura na ciência social do país.”<sup>62</sup>

Na década de 1940, além da teoria dos jogos, von Neumann dedicou-se também à computação eletrônica. O ENIAC, o primeiro computador eletrônico, era limitadamente programável – tinha que ser reprogramado a cada operação. Como consultor da IBM, von Neumann participou de várias etapas da concepção e construção do computador eletrônico: a substituição dos modelos de circuitos por programas gravados, máquinas digitais no lugar de analógicas e o padrão de dígitos binários em vez do decimal. Como comentou Arno Penzias em *Idéias e Informação*: “No mundo de hoje, a mesma palavra ‘computador’ se refere a uma versão da máquina inventada por John von Neumann nos anos 40”.<sup>63</sup>

<sup>62</sup> S. Nasar, *Uma Mente Brilhante*, p. 130-31.

<sup>63</sup> A. Penzias *apud* W. Poundstone, *op. cit.* p. 76.

Segundo Poundstone, von Neumann deparou-se com o problema da limitação dos computadores em Los Alamos, para onde foi levado por ser um especialista em efeitos não-lineares. Tais efeitos eram muito pouco compreendidos naquela época, e von Neumann os estudara por conta de seu interesse por hidrodinâmica e ondas de choque. Em Los Alamos, von Neumann teria ficado impressionado com o pouco avanço das máquinas de calcular e as limitações que isso impunha às pesquisas, que exigiam cálculos muito complexos. Ainda durante a Segunda Guerra, depois de estudar o Eniac, ele apresentou novas idéias para um novo computador.

Depois da guerra, ele tentou construir o computador em Princeton, mas a idéia teve uma receptividade morna. Segundo Poundstone, Einstein teria objetado que o computador não o ajudaria a conceber a tão sonhada teoria do campo unificado.<sup>64</sup> E von Neumann teve que procurar financiamento fora da universidade. Conseguiu recursos com a Marinha, com a promessa de que o novo computador poderia fazer previsão mais precisa do tempo. O computador acabou sendo desenvolvido em Princeton. Tinha capacidade de fazer 2.000 cálculos por-segundo. Como observa Poundstone: “O computador de Princeton não previa o tempo muito bem. Os computadores de hoje muito mais rápidos também não prevêm o tempo muito bem.”<sup>65</sup>

Segundo Poundstone, o trabalho de von Neumann com os primeiros computadores levou à investigação das possibilidades dos automata. Para ele, automata seria qualquer sistema que processa informação como parte de um mecanismo auto-regulável – poderia ser um computador ou mesmo o sistema nervoso do ser humano. Von Neumann chegou a desenvolver um automaton auto-replicável capaz de usar informação para se reproduzir – mesmo uma prole de maior complexidade.

Poundstone conta que, em 1943, J. Robert Oppenheimer convidou von Neumann para trabalhar no Projeto Manhattan. Foi uma das exceções às regras severas de segurança do projeto; não precisou viver confinado em Los Alamos e podia sair e entrar quando bem entendesse. Lá, trabalhou em cálculos sobre a implosão da bomba atômica. Os desenhistas e programadores da bomba procuravam uma forma de criar

---

<sup>64</sup> W. Poundstone, *op. cit.*, p. 76.

<sup>65</sup> *Ibid.*, p. 77.

uma massa crítica de urânio ou de plutônio – processo no qual os nêutrons liberados dividem mais átomos, que liberam mais nêutrons, em uma reação em cadeia de liberação de energia em um tempo muito curto.

Em meados da década de 1950, von Neumann deixou a Rand para integrar a Comissão de Energia Atômica, também um órgão de extrema importância estratégica do governo americano. Nesta posição, assessorou o governo americano durante uma parte da “guerra fria”. Mas não ficou muito tempo, já que logo adoeceu. Durante o ano de 1955, mesmo em uma cadeira de rodas, continuou participando das reuniões da comissão. Por isso é que se especula que teria servido como um dos modelos para o diretor de cinema Stanley Kubrick no filme *Dr. Strangelove or: How I Learned to Stop Worrying and Love the Bomb* – no Brasil, *Doutor Fantástico*.

## Oskar Morgenstern



A história de Morgenstern parece não ser tão cheia de eventos glamorosos quanto a de Von Neumann, principalmente no que diz respeito a exemplos folclóricos de prodígio infantil. Morgenstern nasceu na cidade alemã de Görlitz, em 1902. Aos 12 anos, mudou-se com a família para Viena, na Áustria, depois que seu pai perdeu a fortuna da família na Alemanha. Estudou na Universidade de Viena, onde concluiu o doutorado em ciência política, em 1925, com uma tese sobre produtividade marginal. Como bolsista da Rockefeller, passou boa parte dos três anos seguintes no exterior, tornando-se, em seguida, *Privatdozent* (um tipo de professor assistente) em economia da Universidade de Viena. Galgou os postos de professor da universidade e de diretor do Instituto Austríaco de Pesquisa dos Ciclos Econômicos, sucedendo ao economista Friedrich von Hayek (1899-1992), em 1931.

Durante os anos em Viena, Morgenstern trabalhou principalmente em temas como os ciclos econômicos e a crítica metodológica da economia. Nestas áreas, tratou

de problemas como a relação entre tempo e previsão na teoria do equilíbrio geral. Na Universidade de Viena, a economia política era ensinada na faculdade de direito.

Permaneceu na direção do instituto até 1938, quando visitou os Estados Unidos. Tentou e conseguiu uma colocação temporária na Universidade Princeton, onde, mais tarde, fixou-se no departamento de economia. Aposentou-se naquela universidade, em 1970, indo posteriormente para a Universidade Nova York, onde ficou até sua morte, em 1976.

Segundo Robert Leonard – em uma curiosa “reminiscência imaginária” de Morgenstern –, ele era um bom estudante de alemão, mas fraco em latim e em matemática. Gostava de dizer que era descendente de Frederico III da Saxônia e mantinha forte sentimento nacionalista. Segundo Leonard: “O anti-semitismo em Viena não era novo e remetia à Idade Média, mas tomou novas formas com o fim da guerra.”<sup>66</sup> Com o desmantelamento do império Austro-Húngaro, teria havido um afluxo grande de judeus das províncias do leste para Viena, o que teria reavivado o sentimento anti-semítico tanto de alemães quanto de austríacos nacionalistas. Ainda segundo Leonard, Morgenstern teria presenciado manifestações de alunos em frente ao prédio pedindo restrição de acesso aos judeus à universidade.

Morgenstern teve boa formação de filosofia, política e história econômica, mas nada de matemática e ciências. Um dos mais respeitados especialistas em história da teoria dos jogos, Leonard parece dar razão, aqui, aos que estranham a parceria entre Morgenstern e Von Neumann e que diminuem a participação do primeiro no resultado final de TGE, justamente pela sua falta de formação matemática.

Ao contrário de boa parte dos estudiosos da história da teoria dos jogos – que se concentram em Von Neumann –, Leonard reserva uma boa parte de sua atenção a Morgenstern. Segundo ele, ainda em Viena, dois professores tiveram influência sobre Morgenstern: Othmar Spann e Hans Mayer. O primeiro era conhecido pela postura divergente da de seu professor Carl Menger. Em contraposição ao individualismo metodológico característico da escola Austríaca, criou o que chamou de Universalismo – na avaliação de Leonard, uma filosofia conservadora e organicista. Nos anos 1920, a

---

<sup>66</sup> R. Leonard, “‘Between Worlds’, or An Imagined Reminiscence by Oskar Morgenstern about Equilibrium and Mathematics in the 1920s”, p. 287.

doutrina de Spann misturou-se com a ideologia nacionalista alemã. Leonard conta que Morgenstern fora arrebatado pelas idéias antiliberais e anti-semitas de Spann, que o levaram a dedicar muito tempo ao estudo da filosofia idealista alemã – principalmente Fichte, Hegel e Schelling – e nenhum tempo para matemática. No dia 18 de março de 1923, Morgenstern escreveu em seu diário: “Olhando para os meus trabalhos, cadernos e leituras, alguém poderia pensar que eu fosse um estudante de filosofia e não de economia.” Já em agosto de 1941 ele registraria o arrependimento: “Fui um idiota por não ter estudado matemática mesmo que de forma secundária na universidade em Viena, em vez daquela filosofia tola que tomava tanto do meu tempo e do que tão pouco restou”.<sup>67</sup>

Já Mayer era um economista marginalista na tradição de Friederich von Wieser – que fora discípulo de Menger. Como bolsista da Rockefeller, Morgenstern viajou para a França, Itália, Inglaterra e Estados Unidos. Passou alguns meses em Harvard, onde freqüentou palestras do filósofo North Whitehead. O resultado da viagem foi o seu primeiro livro, *Wirtschaftsprognose* [Previsão Econômica]. Nele, defendeu a idéia da impossibilidade de se fazer previsões econômicas completas a qualquer tempo, devido à complexidade dos mecanismos que moldam os eventos econômicos. Também ele recorre a exemplos e comparações com a física. Leonard resume as idéias de Morgenstern no livro citado:

“Ao contrário da astronomia ou da medicina, ele diz, as ciências sociais tem a peculiaridade de ser capaz de afetar seu objeto de estudo. A previsão do astrônomo não poder ter efeito no movimento subsequente das estrelas, mas aquelas dos economistas podem mudar os eventos econômicos. Ele diz que a teoria econômica estática assume completamente a racionalidade subjetiva: a racionalidade dos atos econômicos é tão perfeita que não há mais atos de escolha ou de decisão, porque tudo continua parado”. Entretanto, na economia real, os indivíduos têm um sistema de pontos de orientação, que inclui não apenas os seus conhecimentos sobre as leis da natureza mas também seus conhecimentos e crenças sobre outros assuntos econômicos.<sup>68</sup>

---

<sup>67</sup> O. Morgenstern *Apud* R. Leonard, “From Parlor Games to Social Science: von Neumann, Morgenstern and the Creation of Game Theory 1928-1944”, p.740.

E um trecho citado por Leonard parece nos dar a indicação de que Morgenstern, mesmo dez anos antes de encontrar von Neumann, tangenciara a idéia central da teoria dos jogos: "Cada ação influencia as outras ações, e cada uma é refletida na outra."<sup>68</sup>

De volta a Viena, Morgenstern voltou-se cada vez mais para o estudo da lógica matemática e sua aplicação em teoria econômica, distanciando-se de Spann e aproximando-se do grupo de Mayer, ou seja, do marginalismo austríaco. O trabalho de Morgenstern sobre teoria dos jogos será tratado no capítulo seguinte.

---

<sup>68</sup> *Ibid.*, p. 741.

<sup>69</sup> O. Morgenstern, *Apud* R. Leonard, "From Parlor Games to Social Science: von Neumann, Morgenstern and the Creation of Game Theory 1928-1944", p.740.

# CAPÍTULO 3

## O entreguerras

### 2.1. O cenário sócio-econômico

O período compreendido entre a Primeira e a Segunda Guerras Mundiais foi marcado pela Grande Depressão, ainda que com espasmos de reação econômica. A Primeira Grande Guerra havia devastado principalmente uma parte da Europa, mas as conseqüências dela atravessariam o Atlântico e abalariam também a recém-reconhecida maior economia do mundo. Mesmo não tendo sido palco de batalhas, os Estados Unidos sofreram diretamente com o colapso econômico que se seguiu. Nas palavras do historiador Eric Hobsbawm: “Na verdade, mesmo os orgulhosos EUA, longe de serem um porto seguro das convulsões de continentes menos afortunados, se tornaram o epicentro deste que foi o maior terremoto global medido na escala Richter dos historiadores econômicos – a Grande Depressão do entreguerras”.<sup>70</sup>

A economia desmoronava e não havia quem propusesse algo para colocá-la de pé novamente. Como lembra Hobsbawm, os homens de negócio esperavam que aquele fosse mais um ciclo de baixa que sucedia um de alta, fenômeno que ocorria em intervalos de sete a 11 anos. No fim do século XIX, no entanto, uma periodicidade maior foi registrada. De 1850 a 1870, um boom arrebatou a economia mundial, logo arrefecido por outros 20 anos de queda e de turbulências econômicas, seguidos por outra onda de progresso econômico. No começo da década de 1920, o economista russo N. D. Kondratiev detectou um padrão de crescimento econômico e de reveses em “ondas longas” de 50 a 60 anos. Como lembrou Hobsbawm, nem Kondratiev nem outro economista conseguiu apresentar uma explicação satisfatória para o fenômeno.<sup>71</sup> Mas o russo alertara que o grande ciclo de alta da economia mundial estava no fim.

---

<sup>70</sup> E. Hobsbawm, *Era dos Extremos – O Breve Século XX 1914-1991*, p. 91.

<sup>71</sup> *Ibid.*, p. 91.

Na época, a sucessão de ciclos de alta e de baixa da economia era tida como algo natural, assim como o clima. Levavam indústrias e pessoas do sucesso à bancarrota e nada se podia fazer a respeito. Mas, como relata Hobsbawm, o que poderia ser considerado novo no cenário pós-Primeira Guerra era que a crise parecia, pela primeira vez na história do capitalismo, comprometer o sistema. Nas palavras de Hobsbawm:

“A história da economia mundial desde a Revolução Industrial tem sido de acelerado progresso técnico, de contínuo mas irregular crescimento econômico, e crescente ‘globalização’, ou seja, de uma divisão mundial cada vez mais elaborada e complexa de trabalho; uma rede cada vez maior de fluxos e intercâmbios que ligam todas as partes da economia mundial ao sistema global.”<sup>72</sup>

Mesmo sendo já a maior economia do mundo, os Estados Unidos não escaparam da crise. De 1913 a 1938, a taxa média de crescimento do Produto Nacional Bruto *per capita* naquele país foi de apenas 0,8% ao ano.

Ainda segundo Hobsbawm, “a globalização da economia dava sinais de que parara de avançar nos anos entreguerras”. A produção industrial mundial, por sua vez, cresceu pouco mais de 80% nos 25 anos seguintes a 1913. Isso era equivalente à metade do crescimento do último quarto do século XIX. O fluxo de imigração, que atingira o ápice na primeira década do século XX, também arrefeceu. Nos 15 anos que antecederam a Primeira Guerra, 15 milhões de pessoas rumaram para os Estados Unidos. Nos 15 anos seguintes, o fluxo caiu para 5,5 milhões, estancando quase completamente na década de 1930 e a Segunda Guerra – menos de 750 mil pessoas entraram nos Estados Unidos naquele período. O fluxo de imigrantes para a América Latina também foi reduzido de 1,75 milhão, de 1911 a 1920, para menos de 250 mil, na década de 1930.

No final dos anos 20, o comércio mundial ensaiou uma recuperação, voltando aos níveis de 1913, mas logo solapada pela Grande Depressão, iniciada em 1929. Mas, no fim da Era da Catástrofe (expressão cunhada por Hobsbawm), em 1948, o volume do comércio mundial não era muito maior do que o registrado antes da Primeira Guerra.

Entre 1890 e 1913, havia duplicado. Entre 1927 e 1933, o fluxo de empréstimos internacionais caiu mais de 90%. Isso mesmo levando-se em conta que o número de países havia aumentado na Europa.

Hobsbawm relata as razões apresentadas à época para a depressão econômica. Uma delas seria a auto-suficiência econômica dos Estados Unidos, a maior economia do planeta já naqueles anos. Os Estados Unidos necessitavam apenas de algumas poucas matérias-primas. Além disso, países historicamente comerciantes, como Grã-Bretanha e os Estados escandinavos, também mostravam a mesma falta de disposição para as trocas comerciais. Estavam mais preocupados em proteger suas economias de ameaças externas, de uma economia mundial combatida.

Depois da Primeira Guerra, houve um momento de euforia nos países não atingidos diretamente pelas batalhas, nem por revoluções e guerras civis. Com o fortalecimento dos sindicatos, os salários aumentaram e a jornada de trabalho foi reduzida. O mundo anglo-saxônico, os países que mantiveram neutralidade na guerra e o Japão foram relativamente bem sucedidos em manter a estabilidade das suas moedas e as finanças em ordem, baseado no padrão ouro, pelo menos entre 1922 e 1926.

O mesmo não aconteceu nos países localizados na zona de conflito da Europa. A Alemanha, por exemplo, teve, em 1923, a unidade monetária reduzida a um milionésimo de milhão em relação ao valor de 1913. Ou seja, o valor da moeda foi reduzido a zero. A decisão do governo de parar de imprimir papel-moeda em grande quantidade (e mudar a moeda) para estancar o vertiginoso processo inflacionário teve sucesso, mas praticamente aniquilou as pessoas que dependiam de rendas fixas e poupança. Não havia, naquela época, os mecanismos econômicos para atenuar o problema da inflação extremamente elevada – eles só foram inventados depois da Segunda Guerra.

Mas a recuperação econômica pós-Primeira Guerra (1924-1929) nos países não dilacerados pelas batalhas não durou muito. Os preços e o boom ruíram em 1929. O desemprego era dos maiores flagelos. Na Grã-Bretanha, Alemanha e Suécia as taxas não caíram abaixo de 10%, chegando a 17% e 18% na Dinamarca e na Noruega, nível

---

<sup>72</sup> *Ibid*, p. 92.

muito acima dos padrões registrados antes de 1914. Segundo Hobsbawm, “só os Estados Unidos, com uma média de desemprego de 4%, eram a única economia realmente a pleno vapor”.<sup>73</sup>

Segundo o autor, isso demonstrava a fraqueza da economia: “a queda dos preços dos produtos primários simplesmente demonstrou que a demanda deles não conseguia acompanhar a capacidade de produção”.<sup>74</sup> Sendo verdade, isso solaparia a Lei de Say, pedra angular da teoria econômica neoclássica, segundo a qual a oferta gera a sua própria demanda, evitando uma crise geral de superprodução. Trata-se de um conceito de equilíbrio econômico estabelecido pelo economista francês Jean-Baptiste Say (1767-1832): “a soma dos valores de todas as mercadorias produzidas seria sempre equivalente à soma dos valores de todas as mercadorias compradas.”<sup>75</sup> Em outras palavras, quando um produto é fabricado, abre mercado para um outro produto do mesmo valor. A consequência disso é que a economia capitalista seria auto-regulável. Ou seja, aquilo que estava acontecendo, toda a Grande Depressão do entreguerras não era para acontecer, na teoria.

O colapso veio definitivamente no fim de outubro de 1929, com a quebra da Bolsa de Valores de Nova York. Os preços das ações despencaram 9% na “Quinta-feira Negra”, 24 de outubro. Na terça, 29, o golpe de misericórdia: queda brutal de 17,3% do valor total do mercado de ações. Como se diz no jargão do mercado financeiro, as ações viraram pó, pulverizando riquezas instantaneamente. Em 8 de julho de 1932, o índice Dow Jones fechou em 41,88%, o que representava uma queda de 90% em relação ao pico de 1929.<sup>76</sup>

E o caos econômico se espalhou para todas as áreas. A produção industrial americana caiu um terço, entre 1929 e 1931. Um exemplo do efeito concreto no dia-a-dia de uma empresa americana: a empresa de material para eletricidade Westinghouse perdeu dois terços das vendas e 75% da renda líquida, entre 1929 e 1933.

Não mais mantidos pela formação de estoques do governo, os preços de produtos básicos – matéria-prima e alimentos, por exemplo – caíram abruptamente.

---

<sup>73</sup> *Ibid*, p. 95.

<sup>74</sup> *Ibid*, p. 95.

<sup>75</sup> *Dicionário de Economia e Administração*, p. 230.

<sup>76</sup> E. Chancellor, *Salve-se Quem Puder – Uma História da Especulação Financeira*, p. 228.

Isso disseminou a crise mundo afora. No Brasil, por exemplo, o governo mandou queimar café para evitar que o preço continuasse caindo. O drama atingiu todos os países cujas economias dependiam da exportação de alguns produtos primários. Mesmo países industrializados não escaparam. A produção industrial alemã caiu um terço, entre 1929 e 1931.

A consequência mais perversa da Grande Depressão foi o desemprego em escala sem precedentes na história do capitalismo. Alguns exemplos, no pior momento da depressão, entre 1932 e 1933: Inglaterra (22% a 23%), Suécia (24%), Estados Unidos (27%), Noruega (31%), Áustria (29%), Dinamarca (32%) e Alemanha (44%).<sup>77</sup> Mesmo com a recuperação depois de 1933 as taxas de desemprego não caíram abaixo de 16% na Inglaterra e Suécia ou de 20%, nos países escandinavos. O único país a conseguir eliminar o desemprego foi a Alemanha nazista, entre 1933 e 1938.

Por outro lado, quem conseguia ter um emprego vivia em condições relativamente melhores do que antes da depressão, pois os preços caíram durante todo o período entre as duas grandes guerras.

O sistema estava em xeque e a teoria econômica da época não dava conta dos fatos e, pior, com base nela não havia alternativa a não ser esperar até os mercados se auto-ajustassem. Segundo Hobsbawm, “foi precisamente a ausência de qualquer solução dentro do esquema da velha economia liberal que tornou tão dramática a situação dos tomadores de decisões econômicas”.<sup>78</sup> O comércio mundial caiu 60%, de 1929 a 1932, e os países passaram a erguer barreiras para proteger seus mercados e moedas nacionais. Caía por terra outro dogma da economia liberal, o sistema mundial de comércio multilateral.

Eric Hobsbawm observa que “a Grande Depressão destruiu o liberalismo econômico por meio século”. No biênio 1931-1932, outro conceito caro aos liberais foi abandonado por nações importantes: o padrão ouro, que era a base segura de trocas internacionais. Primeiro a Grã-Bretanha, os Estados Unidos, Canadá e a Escandinávia, seguidos por Bélgica, Holanda e França.<sup>79</sup>

---

<sup>77</sup> E. Hobsbawm, *Era dos Extremos – O Breve Século XX 1914-1991*, p. 97.

<sup>78</sup> *Ibid.*, p. 98.

<sup>79</sup> Em termos de comércio internacional, o padrão ouro é o sistema monetário no qual o valor de uma moeda nacional é legalmente definido como uma quantidade fixa de ouro.

O cataclismo econômico dos países capitalistas era ainda amplificado pela situação completamente oposta vivida pela União Soviética. O grande país comunista passara incólume pela crise mundial e punha em prática os Planos Quinquenais. De 1929 a 1940, a produção industrial soviética triplicou – passou de 5% dos produtos manufaturados no mundo, em 1929, para 18%, em 1938. No mesmo período, a participação conjunta dos Estados Unidos, Grã-Bretanha e França caiu de 59% para 52%.

A pergunta a ser respondida era: Por que os pressupostos da economia liberal não funcionaram durante a depressão? Hobsbawm diz que não há resposta para a crise mundial que não passe, necessariamente, pela análise da condição da economia americana no cenário internacional. Antes mesmo do início da Primeira Guerra os Estados Unidos já eram a maior economia do mundo. Eram responsáveis, já em 1913, por mais de um terço de toda a produção mundial, um pouco menos da soma das produções de Grã-Bretanha, França e Alemanha. Em 1929, já produziam 42% do total mundial, comparados com apenas 28% das três potências européias. Depois da guerra, os americanos passaram a ser também os maiores credores mundiais. Eram os maiores exportadores e o segundo maior importador, atrás apenas da Inglaterra. Na depressão, suas exportações e importações caíram 70%, entre 1929 e 1932, enquanto o comércio mundial caía quase um terço.

Em termos estritamente econômicos, Hobsbawm aponta ainda uma outra causa para a crise do entreguerras: uma grande assimetria entre o desenvolvimento dos Estados Unidos e o resto do mundo. Nas palavras dele:

“O sistema mundial, pode-se argumentar, não funcionou porque, ao contrário da Grã-Bretanha, que fora o centro do mundo econômico até 1914, os Estados Unidos não precisavam muito do resto do mundo, e portanto, outra vez ao contrário da Grã-Bretanha, que sabia que o sistema de pagamentos mundiais se apoiava na libra esterlina e cuidava para que ela permanecesse estável, os EUA não se preocuparam em agir como estabilizador global. Não precisavam muito do mundo porque, após a Primeira Guerra Mundial, tinham de importar menos capital, trabalho e (em termos relativos) produtos do que nunca – com exceção de algumas matérias-primas. Suas

exportações, embora internacionalmente importantes, dava uma contribuição muito menor à renda nacional que em qualquer outro país industrial.”<sup>80</sup>

Em suma, uma crise de grandes proporções na maior economia do mundo traria também as nações com as quais mantinha relações comerciais, principalmente aquelas que dependiam diretamente das exportações para os Estados Unidos.

Outra razão para a depressão do entreguerras seria também as condições impostas para a paz pelos países vencedores da Primeira Guerra Mundial. A França queria uma Alemanha fraca e defendia o pagamento das reparações em dinheiro vivo, em vez de em forma de mercadorias. Em 1921, a soma que a Alemanha deveria pagar foi fixada em 132 bilhões de marcos ouro, o equivalente a 33 bilhões de dólares da época. Segundo Hobsbawm, “todo mundo sabia ser uma fantasia”.

Os pagamentos impostos à Alemanha como reparações por ter causado o conflito eram pesados demais (quase uma vez e meia o Produto Nacional Bruto) e poderiam ter efeito contrário ao desejado. Essa foi a tese defendida por Keynes em *The Economic Consequences of the Peace* [As Conseqüências Econômicas da Paz], de 1920; ele participara da Conferência de Versalhes como membro subalterno da delegação britânica. Keynes argumentou que seria impossível a restauração de uma civilização e uma economia liberal na Europa sem a restauração da economia alemã.

Outra razão econômica para o desastre seria a não geração de uma demanda suficientemente forte para permitir uma expansão duradoura. Hobsbawm conta que a agricultura já estava em depressão mesmo na década de 1920, e os salários em queda, nos Estados Unidos. Para ele, os lucros cresceram excessivamente e os proprietários tiveram uma participação maior na renda nacional. Como a demanda não acompanhava os ganhos de produtividade, o resultado foi superprodução e especulação. Os bancos quebraram e, em 1933, quase metade das hipotecas domésticas americanas ficaram em atraso e mil propriedades por dia eram executadas. O total de endividamento pessoal era de 6,5 milhões em empréstimos de curto e longo prazos, dos quais os donos de automóveis deviam 1,4 milhão de dólares.<sup>81</sup>

---

<sup>80</sup> E. Hobsbawm, *op. cit.*, p. 103-4.

<sup>81</sup> *Ibid.*, pp. 104-5.

Assim como os períodos de euforia, também as depressões não duram para sempre. Ao final da década de 1930, Japão e Suécia davam sinais de retomada. Em 1938, a economia alemã havia crescido 25% em relação a 1929. Mas isso não significava que o mundo deixara para trás as ameaças ao bom funcionamento do sistema capitalista, pois os Estados Unidos continuavam patinando. O “New Deal” do presidente Franklin D. Roosevelt, inspirado no receituário de Keynes, não correspondia exatamente ao prometido.

Mesmo neste ambiente aparentemente adverso, a década de 1930 gerou um importante processo de inovação tecnológica na indústria. O desenvolvimento do plástico é um exemplo. Mas também podem ser citados o desenvolvimento do rádio de massa e da indústria do cinema.

A eliminação do desemprego em massa era o principal desafio da política econômica nos países capitalistas democráticos. John Maynard Keynes despontava como um dos maiores defensores de medidas urgentes. Segundo Hobsbawm, a receita keynesiana era tão econômica quanto política. “Os keynesianos afirmavam, corretamente, que a demanda a ser gerada pela renda de trabalhadores com pleno emprego teria o mais estimulante efeito nas economias em recessão.”<sup>82</sup>

A década de 1930 marcou a divisão da teoria econômica em dois grandes campos: a macroeconomia e a microeconomia. A primeira trata dos agregados econômicos, como a produção, o consumo e renda do conjunto da população. Já a microeconomia estuda o comportamento dos agentes econômicos – consumidores privados, empresas comerciais, trabalhadores, etc. Ou seja, estuda o comportamento das unidades de consumo de famílias, as produções e os custos das empresas. Em termos de teoria econômica, é à microeconomia que está ligada a teoria dos jogos, nos tempos atuais.

Mas os dois grandes campos nos quais se dividia a teoria econômica, ao invés de complementares, pareciam encerrar mesmo uma contradição. A microeconomia fundamentada pelos pressupostos da teoria neoclássica, cujo alicerce era a tese da tendência dos mercados ao equilíbrio. A recém-criada macroeconomia keynesiana não aceitava tal pressuposto. E Morgenstern, um dos autores de TGE, considerava

---

<sup>82</sup>Ibid, p. 100.

insatisfatórias tanto a microeconomia neoclássica quanto a macroeconomia keynesiana. A respeito disso ele anotou em seu diário, em 1942: “Os Economistas simplesmente não sabem o que a ciência significa. Estou completamente enjoado com toda este lixo. Eu sou cada vez mais da opinião de que Keynes é um charlatão científico e seus seguidores, nem mesmo isso.”<sup>83</sup>

## 2.2. A Teoria dos Jogos

No período do entreguerras, a teoria dos jogos começou a ganhar mais atenção e uma formalização mais rigorosa. Instalou-se, inclusive, uma polêmica em torno de quem foi o pioneiro na abordagem mais recente. John von Neumann é considerado por muitos como o primeiro a tratar da teoria dos jogos, por conta de seu artigo de 1928, mas isso está longe de ser consensual – o que não é incomum em ciência quando se trata da delicada, e as vezes inadequada, discussão sobre quem foi o pioneiro em determinado campo. Mas este tema não será tratado de forma aprofundada neste trabalho.

Urs Rellstab apresenta uma cronologia dos principais eventos no desenvolvimento da teoria dos jogos no período de 1928 a 1940:<sup>84</sup>

---

<sup>83</sup> O. Morgenstern *apud* R. Leonard, “From Parlor Games to Social Science: von Neumann, Morgenstern, and the Creation of Game Theory 1928-1944”, p.730.

<sup>84</sup> U. Rellstab, “New Insights into the Collaboration between John von Neumann and Oskar Morgenstern on the Theory of Games and Economic Behavior”, in *Toward a History of Game Theory*, pp. 90-92.

### **Primeira fase: prelúdio**

1928. Publicação do trabalho de von Neumann “Zur Theorie der Gesellschaftsspiele”, com a prova do teorema minimax. Von Neumann promete um suplemento com exemplos numéricos, como o pôquer.

1935. Morgenstern apresenta seu trabalho “Perfect Foresight” (previsões perfeitas), no Colóquio Menger de Matemática, em Viena. O matemático Eduard Cech chama a atenção dele para o trabalho de von Neumann.

1937. Em abril, von Neumann declara que estudou jogos por pura recreação.

1938. Morgenstern vai aos Estados Unidos como professor visitante. Lá, recebe a notícia de que fora demitido do cargo de chefe do instituto de estudo dos ciclos econômicos. E decide seguir para Princeton como palestrante.

1938, outono. Von Neumann e Morgenstern se encontram pela primeira vez em Princeton.

1939, fevereiro. O segundo encontro entre ambos, em um chá com Niels Bohr.

1939. Em outubro, acontece a primeira discussão intensa entre os dois, sem maiores conseqüências.

1940. Em abril, von Neumann convida Morgenstern para jantar três vezes.

### **Segunda fase: Discussão intensa**

1940. Em abril, "as duas mentes realmente se encontram". Eles discutem intensamente sobre comportamento, jogos, matemática, etc. Morgenstern tem a impressão de que von Neumann está realmente interessado em seu trabalho. Morgenstern especula em seu diário sobre um livro em conjunto com von Neumann. Este último sai de viagem para a costa oeste dos Estados Unidos.

1940. No verão, em Seattle, von Neumann dá palestras sobre jogos e faz algum progresso na teoria dos jogos de quatro ou mais jogadores.

1940. Em agosto, ambos se encontram novamente, depois da volta de von Neumann. O relacionamento intelectual continua intenso.

1940. Em setembro, Morgenstern começa a tratar von Neumann como Johnny, em suas anotações no diário.

1940. Em outubro, von Neumann escreve o primeiro trabalho sobre jogos: "General Foundations". O conteúdo: função valor, solução, dominação. Ele começa a lecionar sobre jogos em Princeton.

1941. Em janeiro, Von Neumann escreve o segundo trabalho sobre jogos: "Decomposition Theory".

1941. Em maio, Von Neumann aconselha Morgenstern a escrever um texto sobre "máximas de comportamento", o que ele faz imediatamente.

### **Terceira fase: A Colaboração**

1941. Entre junho e julho, Von Neumann propõe escrever um artigo sobre jogos; Morgenstern começa a escrever uma introdução.

1941. Em agosto, o resultado do trabalho de Morgenstern é uma tentativa de simplificar a teoria de von Neumann.

1941. Em setembro, a intensa colaboração entre ambos resulta no rascunho do primeiro capítulo de TGEB. Morgenstern propõe que ambos escrevam um livro juntos.

1941. Em outubro e novembro, surge o segundo capítulo. Von Neumann faz a maior parte do trabalho, o que vai se repetir no resto do livro.

1941. Em dezembro, Morgenstern encontra a prova de Ville do teorema minimax.

1942. Em setembro, von Neumann se muda para Washington; a colaboração fica mais difícil. Não há mais tempo para os exemplos econômicos para o livro.

1942. Em 28 de dezembro, o manuscrito é concluído – no aniversário de von Neumann.

1943. Em abril, Morgenstern entrega o manuscrito para a Princeton University Press. John D. Rockefeller financia a publicação.

1944. Publicação de TGEB.

A polêmica sobre quem foi o primeiro a tratar da teoria dos jogos se instalou em 1953, quando o matemático francês Maurice Fréchet escreveu um artigo na revista *Econometria* reivindicando ao seu colega, também francês, Émile Borel o mérito de ter sido o iniciador da teoria dos jogos. Fréchet lembrou que Borel escrevera sobre teoria dos jogos também nos anos 20, mas antes do artigo de von Neumann, de 1928. Mas Borel não conseguira provar o teorema minimax, como o fez von Neumann no citado artigo. Este é o ponto sobre o qual paira a discórdia.

Segundo Leonard, a série de artigos de Borel ao longo dos anos 1920 pode ser considerada o início do que mais tarde veio a se chamar “jogos simétricos de duas pessoas, de soma zero”.

É preciso observar que Rellstab praticamente ignora o trabalho de Borel na cronologia. O primeiro artigo de Borel sobre a matemática dos jogos foi publicado em 1921. Nele, Borel define alguns conceitos e cria a estrutura para os seguintes. Ele sugere um jogo cujos ganhos dependam tanto da sorte quanto da habilidade dos jogadores, ao contrário de outros, como jogar dados, nos quais as habilidades dos jogadores não interferem nos resultados. Definindo um “método de jogo” como sendo um “código que determina para cada possível circunstância o que cada pessoa deve fazer”, Borel pergunta se é possível determinar um método de jogo melhor do que todos os outros.<sup>85</sup> E conclui que, para os jogos de duas pessoas com três estratégias disponíveis para cada um, cada jogador poderá assegurar uma estável chance de vitória.

Em 1924, Borel ampliou a conclusão para jogos em que cada jogador tem à disposição cinco estratégias diferentes. Três anos depois, sustentou o mesmo para os jogos de sete estratégias. Leonard observa que o trabalho de Borel na década de 1920 foi “notável”, entre outras coisas, por ter introduzido os jogos infinitos, nos quais as estratégias são abordadas como um continuum, mostrando que os ganhos (payoff) esperados para os jogadores podiam ser expressos por uma integral de Stieltjes.<sup>86</sup>

Borel foi além da simples análise das probabilidades dos jogos: “Os problemas de probabilidade e análise que alguém pode levantar sobre a arte da guerra ou da

---

<sup>85</sup>E. Borel *apud* R. Leonard, “Creating a Context for Game Theory”, in *Toward a History of Game Theory*. p.33.

<sup>86</sup>R. Leonard, “Creating a Context for Game Theory”, in *Toward a History of Game Theory*. p.36.

especulação econômica e financeira não são sem a analogia com os problemas sobre jogos.”<sup>87</sup> Mas alertou que o assunto era altamente complexo e que a matemática poderia, no máximo, ser um complemento para um conhecimento estratégico. Leonard observa que tal ceticismo de Borel só iria aumentar ao longo dos anos.

Para Sylvia Nasar:

“Foi o grande polímata John von Neumann, nascido na Hungria, quem primeiro reconheceu que o comportamento social podia ser analisado por meio de jogos. O artigo de von Neumann, publicado em 1928, sobre jogos de salão foi a primeira tentativa bem-sucedida de extrair das rivalidades regras lógicas e matemáticas. Assim como Blake via o universo num grão de areia, grandes cientistas freqüentemente procuravam pistas para problemas vastos e complexos nos fenômenos insignificantes, familiares, da vida diária. Isaac Newton chegou aos insights sobre os céus brincando com bolas de madeira. Einstein contemplou um barco a remo subindo a correnteza de um rio. Von Neumann pensou sobre o jogo de pôquer. Uma ocupação aparentemente trivial e lúdica como o pôquer, afirmou von Neumann, pode conter a chave de assuntos humanos mais sérios por duas razões. Tanto o pôquer como a competição econômica exigem um certo tipo de raciocínio, que é o cálculo racional de vantagens e desvantagens baseado num certo sistema de valores internamente coerente (mais é melhor do que menos). E em ambos o resultado de qualquer ator individual depende não apenas de suas próprias ações, mas de ações independentes dos outros.”<sup>88</sup>

Diferentemente de Borel, John von Neumann estava disposto a provar que havia, sim, uma maneira melhor de jogar jogos de duas pessoas soma-zero – aqueles em que o ganho de um jogador representa a perda do outro. Em 1928, ele enviou uma carta a Borel comunicando que havia resolvido o problema e que a prova do teorema minimax estava a caminho da publicação em *Mathematische Annalen* com o título “Zur Theorie der Gesellschaftsspiele” [Sobre a Teoria dos Jogos de Estratégia].

O trabalho sobre o teorema minimax von Neumann apresentou à *Gottingen Mathematical Society*, em dezembro de 1926; *Mathematische Annalen* recebeu o artigo em julho de 1927 e o publicou em 1928. Mirowski considera “significativo” o fato de von

---

<sup>87</sup> E. Borel, *apud*. R. Leonard, “Creating a Context for Game Theory”, in *Toward a History of Game Theory*, p.37.

<sup>88</sup> S. Nasar, *Uma Mente Brillhante*, p. 17

Neumann ter apresentado o trabalho primeiro ao seminário de Hilbert em Göttingen – seria mais uma evidência da ligação umbilical entre o programa de Hilbert e a nascente teoria dos jogos.

A longa prova do teorema minimax foi baseada em cálculo de funções e em topologia e apresentava a solução para todos os jogos de duas pessoas de soma zero com finito número de estratégias, ou seja, possibilidades de jogo. O conceito matemático de um jogo foi completamente axiomatizado. Von Neumann também analisou os jogos de três pessoas de soma zero mostrando que em jogos de três pessoas a possibilidade de coalizões entre os jogadores cria condições de indeterminação. Para os jogos com mais de três jogadores, ele apresentou um sistema de constantes que descreve o montante por jogador que cada coalizão seria capaz de obter da outra coalizão – a função característica. E conjecturou que o complexo de avaliação e de formação de coalizões em um jogo de estratégia é determinado por aquelas mesmas constantes. Nas palavras de von Neumann citadas por Leonard: “Nós vimos que isso é verdade para  $n = 2, 3$ ; para  $n > 3$  uma prova geral ainda precisa ser encontrada.”<sup>89</sup> Leonard compara tal afirmação com os trabalhos de Zermelo e dos demais daquele círculo de matemáticos, que viam a matemática como capaz de penetrar a psicologia do jogo.

No artigo, von Neumann demonstrou que a solução para os jogos de soma zero poderia ser determinada utilizando-se técnicas matemáticas. Para ele: “Qualquer acontecimento – dadas as condições externas e os participantes da situação (desde que estes últimos estejam agindo de livre vontade) – pode ser encarado como um jogo de estratégia, se considerarmos o efeito que tem sobre os participantes.”<sup>90</sup>

O problema principal colocado pelo artigo de 1928 é o seguinte:

Se  $n$  jogadores,  $P_1, \dots, P_n$ , disputam um determinado jogo, como o jogador  $i^\circ$ ,  $P_i$ , deve jogar para alcançar o resultado mais favorável para ele?

Ao final de cada partida do jogo, cada jogador,  $P_i$ , receberá uma quantia em dinheiro,  $h_i$ , como sendo o seu *payoff*. Para alcançar o “resultado mais favorável” cada

---

<sup>89</sup> R. Leonard, “From Parlor Games to Social Science: von Neumann, Morgenstern, and the Creation of Game Theory 1928-1944”, p. 734.

<sup>90</sup> J. von Neumann *apud* S. Nasar, p. 103.

jogador terá que conseguir maximizar o montante de dinheiro a seu favor. Na maioria dos jogos de azar, o payoff de cada jogador satisfaz a seguinte condição:

$h_1 + h_2 + \dots + h_n = 0$  (para todos os jogadores). É a condição dos chamados “jogos de soma-zero”.

O artigo contém uma prova longa e difícil da existência de um valor de equilíbrio para os jogos discretos de duas pessoas, baseada em cálculo de funções e topologia. O conceito de jogo é completamente axiomatizado e dois exemplos de jogos soma-zero – matching pennies e pedra, papel, tesoura – são oferecidos, com as respectivas soluções para estratégias mistas (uma estratégia mista consiste do número de movimentos possíveis e sua probabilidade de distribuição, que corresponde à frequência com que cada movimento vai ser jogado). Outros jogos apresentados por von Neumann como passíveis de tratamento como sendo de estratégia são roleta, xadrez, bacará e bridge. Von Neumann também tratou dos jogos de três pessoas soma-zero, mostrando como as possibilidades de coalizão introduzem uma indeterminação neste tipo de jogo. Teria sido como uma preliminar de TGEB.

No artigo de 1928, von Neumann apresentou uma fórmula para alcançar a melhor estratégia a adotar em qualquer situação competitiva, de jogos de azar à economia. Com o teorema minimax, ele demonstrou que o competidor deverá analisar cada movimento que pode fazer e calcular a máxima perda possível que os outros poderiam lhe infligir. Sua estratégia ótima seria, então, fazer o movimento que pudesse lhe causar a mínima perda possível.

O teorema minimax assegura ser possível atribuir a um jogo finito, de duas pessoas, soma-zero um valor  $V$ : a quantia média que o jogador 1 pode esperar ganhar do jogador 2 se ambos agirem de forma “sensata”. Von Neumann cita três razões para o resultado:

1. Há uma estratégia que o jogador 1 pode adotar e que lhe assegurará a vantagem referida; contra essa estratégia, nada que o jogador 2 possa fazer

- impedirá o jogador 1 de ganhar  $V$ , em média. Conseqüentemente, o jogador 1 não se contentará com nada menos do que  $V$ .
2. Há uma estratégia que o jogador 2 pode adotar e que lhe assegurará não perder mais do que a quantia média de  $V$ ; em outras palavras, o jogador 1 pode ser impedido de ganhar mais do que  $V$ .
  3. Por presunção, trata-se de um jogo de soma-zero: o que o jogador 1 ganhar deverá ser o que jogador 2 perder. Como o jogador 2 deseja reduzir ao mínimo suas perdas, ele estará motivado para fazer com que o ganho médio do jogador 1 se limite a  $V$ .<sup>91</sup>

Segundo William Poundstone, von Neumann considerava como jogo uma situação de conflito na qual cada parte faz suas escolhas sabendo que as demais também estão fazendo as suas. E o resultado do conflito será determinado de alguma forma pelas escolhas feitas. Ou seja, a teoria dos jogos estudaria o conflito entre pessoas que tomam decisões racionais. Em vez de um campo da psicologia, como pode parecer, a teoria dos jogos é estritamente matemática, já que parte do pressuposto de que os envolvidos tomam decisões perfeitamente racionais. Isso permitiria uma análise precisa das possibilidades de cada jogador. Um reducionismo ou simplificação, dizem alguns críticos. Mas foi o pressuposto encontrado a partir do qual erigiu a teoria dos jogos.

O interesse de von Neumann por economia aparece pela primeira vez em uma nota de rodapé do trabalho de 1928 – “Zur Theorie der Gesellschaftsspiele”. Nela, von Neumann se volta para o principal problema da economia neoclássica: “[...] Como é que o absolutamente egoísta ‘homem econômico’ vai agir sob certas circunstâncias externas?”.<sup>92</sup> O economista Nicholas Kaldor lembra que von Neumann já manifestara interesse por economia em 1927, quando ambos se encontraram em Budapeste durante um feriado. Kaldor sugeriu que von Neumann lesse *Value, Capital and Rent*, do economista sueco Knut Wicksell (1851-1926), como uma introdução ao pensamento de Leon Walras e utilizava a teoria do capital de Böhm-Bawerk. Ao lê-lo, von Neumann

---

<sup>91</sup> M. Davies, *Teoria dos Jogos: uma introdução não-técnica*, p.54.

<sup>92</sup> J. von Neumann *apud* R. Leonard, “Creating a Context for Game Theory”, p. 44.

teria criticado o sistema walrasiano porque ele permitiria a ocorrência de preços negativos. Segundo Leonard, Kaldor especulou que aquele episódio teria levado von Neumann a escrever o trabalho sobre crescimento econômico de 1937.

Segundo Paul Strathern, em *Uma Breve História da Economia*, von Neumann teria encontrado dois erros no sistema matemático de Walras – fato este não relatado por outros especialistas. O primeiro: em alguns casos, para que o equilíbrio dos mercados fosse alcançado, os preços teriam que ser zero, quando não negativos. Nas palavras de Strathern, o segundo erro era ainda mais grave:

“A economia walrasiana e a análise matemática de mercados subsequente encaravam a situação de um ponto de vista inteiramente mecânico. A economia era um vasto e complexo motor. Erguia-se uma alavanca e isso tinha um efeito sobre todo o sistema. Corretamente, von Neumann objetou que a economia não lidava com uma situação mecânica, lidava com uma situação humana. Uma economia de livre-comércio consiste essencialmente de competidores no mercado aberto. Cada um, ao agir, continua incerto do que seus competidores decidirão fazer. Cada competidor, contudo, sabe que o resultado depende das decisões e ações de *todos* os competidores. Portanto, a decisão de qualquer indivíduo envolverá inevitavelmente sua estimativa de como seus competidores agirão. Isso, para von Neumann, era a chave da economia – e não algum equilíbrio matemático teórico.”<sup>93</sup>

Mas o próprio Strathern não escapa dos deslizes. Segundo ele, Kaldor teria recomendado a von Neumann *Elementos de Economia Política Pura*, de Leon Walras, então a bíblia da escola neoclássica, no qual o autor apresenta equações matemáticas para o conceito de equilíbrio geral dos mercados, em vez do livro de Wicksel, como o próprio Kaldor conta na já referida passagem.

Von Neumann passou o fim da década de 20 e começo da de 30 entre Princeton e Berlim. Em 1932, concluiu *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Leonard conta que o interesse dele por economia aumentara, a ponto de a idéia do teorema minimax ter ressurgido no seu modelo de crescimento econômico apresentado em 1937. Este foi um entre os trabalhos publicados sobre crescimento econômico no periódico *Ergebnisse [Procedimentos]*, editado por Carl Menger, entre 1932 e 1937.

---

<sup>93</sup> P. Strathern, *Uma Breve História da Economia*, p. 245.

Em 1938, von Neumann e Morgenstern já estavam em Princeton definitivamente. Eles eram muito diferentes e, como observa Leonard, o fato de estarem na mesma situação em um outro país talvez mitigasse as diferenças que seriam mais evidentes em Viena ou em Göttingen. Apesar de terem se encontrado algumas vezes a partir de 1938, foi só em abril de 1940 que começaram a discutir sobre jogos e economia. Von Neumann leu um artigo de Morgenstern, "Time Moment in Value Theory", e parece tê-lo apreciado. No inverno de 1940, von Neumann começou a escrever um artigo no qual sintetizaria seus trabalhos anteriores sobre teoria dos jogos. Como nota Leonard, este trabalho seria a base para o que viria a ser TGEB. Havia ali já conceitos que depois apareceriam em TGEB, como a de função característica e também uma descrição detalhada dos jogos de três pessoas e sua solução sendo um sistema de possíveis resultados. Ele também apresenta uma completa definição para os jogos de  $n$ -pessoas, para o qual transporta seu conceito de conjunto estável. Como explica Leonard, nenhum dos valores na solução é dominado por um outro da própria solução e todo valor externo à solução é dominado por pelo menos um valor interno do conjunto solução. A segunda parte do artigo se referia aos jogos de soma não-zero, mostrando como a análise continuaria a mesma dos jogos de soma-zero. Mas o artigo não faz referência à economia ou a qualquer outra aplicação da teoria.<sup>94</sup>

Enquanto reunia suas idéias sobre teoria dos jogos, von Neumann escutava as críticas de Morgenstern em relação à teoria econômica. Este último estava preparando uma crítica do livro *Value and Capital*, do economista inglês John Richard Hicks (1904-1989). Von Neumann sugeriu a Morgenstern que escrevesse um artigo sobre suas idéias básicas sobre teoria econômica. Um mês depois, Morgenstern apresentou "Quantitative Implications of Maxims of Behavior", em 1941.

Leonard conta que o trabalho de von Neumann era impressionante pelo rigor matemático e o de Morgenstern, pela pretensão de apresentar uma teoria do comportamento social. Neste sentido, o termo "maxim" pode ser tomado como um plano complexo. Morgenstern apresentou dois tipos de "maxim": i) o irrestrito seria aquele cujo sucesso ou fracasso seria independente da adoção ou não por outros indivíduos e ii) o restrito seria dependente da decisão de outras pessoas. Uma teoria econômica, para

---

<sup>94</sup> R. Leonard, "Creating a Context for Game Theory", in *Toward a History of Game Theory*, p. 54

ter sucesso e ser capaz de fazer previsões, teria que levar em consideração o fato de que os indivíduos tomam decisões cujos resultados dependem do fato de outras pessoas estarem ou não tomando as mesmas decisões. Morgenstern vê um “mecanismo objetivo” na base da evolução dos fenômenos econômicos. Os indivíduos teriam conhecimento incompleto dos fatos e agiriam com uma racionalidade subjetiva, em vez de uma objetiva. O efeito do comportamento de outras pessoas sobre o ‘maxim’ restrito de um determinado indivíduo pode ser negativo ou positivo. Leonard dá um exemplo prático: a decisão de uma pessoa de sacar o dinheiro de um banco para se precaver de uma possível falência vai depender de quantas outras pessoas também farão a mesma coisa. Nesta situação, Morgenstern ressalta a importância do ambiente institucional, no qual as decisões são tomadas. Para ele, o governo deveria intervir para evitar o aumento de informações privadas e, assim, facilitar a tomada de decisão – o que ele mesmo reconhece não estar de acordo com a doutrina do *laissez-faire*.

Para Leonard:

“O documento é manifestamente positivista: a teoria toda é baseada no intervalo entre o verdadeiro mecanismo do mundo econômico e nosso conhecimento dele, ambos sendo completamente quantificável. A única matemática existente é ‘a teoria dos jogos de J. von Neumann’, referindo-se ao artigo já mencionado, mas, talvez em uma tentativa de provocar este último a novos esforços, ele acrescenta que mesmo isso ‘não leva em consideração os problemas como descrito acima’.”<sup>95</sup>

Em setembro de 1941, von Neumann e Morgenstern decidiram que os seus dois trabalhos deveriam ser reunidos em um pequeno volume. Eles ainda ficaram em dúvida sobre publicar o resultado em um periódico econômico ou transformá-lo em livro. Três anos depois, o que era para ser um pequeno volume veio a público a primeira edição de *Theory of Games and Economic Behavior*, com 635 páginas. Conforme David Black: “um grande livro, porque eles o escreveram duas vezes, uma em símbolos para os matemáticos e outra em prosa para os economistas”.<sup>96</sup>

---

<sup>95</sup> R. Leonard, “Creating a Context for Game Theory”, in *Toward a History of Game Theory*, p.56.

<sup>96</sup> D. Black *apud* R. Leonard, “Creating a Context for Game Theory”, in *Toward a History of Game Theory*, p.56

Para Philip Mirowski, duas foram as principais fontes de inspiração para a teoria dos jogos, no começo do século XX: “Enquanto o formalismo de Hilbert foi claramente uma importante inspiração para a teoria dos jogos, outra fonte importante foi o surgimento da mecânica quântica nos anos 20.”<sup>97</sup> E tal avaliação de Mirowski é ponto importantíssimo para este trabalho.

Mirowski relata que no chá durante o qual von Neumann e Morgenstern conversaram pela primeira vez em Princeton, o físico Niels Bohr (1885-1962) estava propondo a tese de que a física é freqüentemente tomada como um modelo para a filosofia da ciência. Segundo Mirowski, foi a tese de que se a física deveria ou não ser o paradigma também para a teoria social e para a filosofia da lógica que teria fascinado tanto o matemático quanto o economista. Mas, para von Neumann, não era a física como um todo, que deveria servir de modelo, mas a física moderna, ou seja, pós-quântica.

Assim como Mirowski, Leonard também vê a influência de Hilbert no trabalho e na motivação de von Neumann. Mas não só isso, também da mecânica quântica: “A fonte de seu interesse por jogos ainda continua um mistério. Contudo, seu recurso à axiomatização está totalmente de acordo com a ética Hilbertiana da qual ele estava completamente imbuído, e a noção de chance, central no jogo probabilístico, está de acordo com o indeterminismo na base da mecânica quântica.”<sup>98</sup>

E a noção de chance (ou acaso) que, como já visto, tem papel central em jogos de probabilidade, está, segundo Leonard, também de acordo com o conceito de indeterminismo, que está na base da mecânica quântica. O seguinte trecho de von Neumann é citado por Leonard: “O acaso é parte tão intrínseca do próprio jogo (se não do mundo) que não há necessidade de introduzi-lo artificialmente pelas regras do jogo: ... ele mesmo irá se impor.”<sup>99</sup>

Em seus primeiros trabalhos, Mirowski chegou a tratar da relação entre a física e a economia neoclássica:

---

<sup>97</sup>P. Mirowski, “What were Von Neumann e Morgenstern Trying to Accomplish”, in *Toward a History of Game Theory*, pp. 118-19.

<sup>98</sup>R. Leonard, “Creating a Context for Game Theory”, in *Toward a History of Game Theory*, p.43.

“Naqueles primeiros trabalhos, afirmei que a mecânica quântica tinha proposto um desafio difícil para aqueles que se tornaram partidários da metáfora do século dezenove da utilidade como energia potencial, e que a ‘resolução’ daquele desafio foi incorporar conceitos estocásticos de uma maneira inocente em econometria. Agora, eu gostaria de afirmar que a teoria dos jogos foi a segunda reaproximação com a nova física; mas que ela trouxe também dificuldades adicionais para o centro do programa neoclássico.”<sup>100</sup>

Mirowski observa que a característica que distinguia a “nova” mecânica quântica eram as relações estocásticas nos níveis mais fundamentais dos postulados das leis físicas, com o que a reconciliação com a física clássica ficaria muito difícil, se não mesmo impossível. Segundo ele, o charme inicial da teoria dos jogos aos olhos de von Neumann era que ela poderia ter o mesmo efeito sobre a teoria da racionalidade – o princípio de que as pessoas tomam decisões de forma racional é um dos pilares sobre o qual se ergue a teoria econômica neoclássica. Von Neumann empenhou-se em tentar demonstrar, em seus escritos sobre mecânica quântica, que o caráter estatístico da nova teoria não se devia à ignorância do observador sobre o exato “estado quântico”, mas que o sistema, composto do observador e do fenômeno observado, resulta em relações de incerteza mesmo se se admitir o estado, ou lugar, exato do observador.

Mirowski sustenta que von Neumann considerava o comportamento estocástico como o mesmo princípio básico comum ao mundo natural e ao social. Ou seja, ambos seriam formados por padrões probabilísticos. O caráter estocástico seria também o denominador comum entre a mecânica quântica e a teoria dos jogos. Mas as semelhanças não parariam por aí. Para Mirowski, tanto a mecânica quântica quanto a teoria dos jogos haviam recorrido às mesmas ferramentas matemáticas, partindo da teoria das matrizes quadráticas de Hilbert – de novo, aqui, a influência do matemático alemão sobre von Neumann. E ambas, além disso, seriam altamente dependentes puramente das expectativas matemáticas.

---

<sup>99</sup> J. von Neumann *apud* R. Leonard, “Creating a Context for Game Theory”, in *Toward a History of Game Theory*, p. 43.

<sup>100</sup> P. Mirowski, “What were Von Neumann e Morgenstern Trying to Accomplish”, in *Toward a History of Game Theory*, p. 119.

Leonard cita também uma sugestiva comparação que von Neumann faz entre a natureza probabilística das interações sociais e o probabilismo em física, em “Zur Theorie der Gesellschaftsspiele”:

“Ainda que o acaso tenha sido eliminado dos jogos de estratégia sob consideração (pela introdução dos valores esperados e da eliminação de empates), ele agora reaparece de forma espontânea. Mesmo se as regras do jogo não contêm nenhum elemento de ‘risco’... em especificar as regras de comportamento dos jogadores, torna-se imperativo reconsiderar o elemento de ‘risco’. A dependência do acaso (o elemento ‘estatístico’) é de tal forma uma parte intrínseca do jogo (se não mesmo do mundo) que não há necessidade de introduzi-la artificialmente pelas regras do jogo: mesmo se as regras formais não contêm nenhum traço dela, ela mesma irá se impor.”<sup>101</sup>

O trecho anterior, de 1928, tem referência implícita aos trabalhos que eram desenvolvidos por von Neumann naquela época, como a elaboração de uma base matemática para a interpretação probabilística de Werner Heisenberg da atividade quântica – von Neumann escrevera *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Também para Leonard o teorema minimax seria reflexo da visão probabilística do mundo nos trabalhos de física de von Neumann.

Até então, como observa Leonard, os matemáticos estavam tratando do comportamento humano no que diz respeito a jogos de salão; não havia ainda nada que indicasse uma aplicação de tais idéias à teoria econômica. Mas o próprio von Neumann tinha para o termo “jogo” a seguinte definição: “Qualquer evento – dadas as condições externas e a situação dos participantes (desde que estes últimos estejam agindo conforme seu livre arbítrio) – pode ser considerado como um jogo de estratégia se cada um olha para os efeitos que ele tem nos outros”.<sup>102</sup>

Na interpretação de Leonard, o próprio von Neumann já admitia que o formalismo matemático poderia alcançar uma estrutura mais profunda do que simplesmente os jogos de salão. O que ficaria claro em uma nota de rodapé do artigo

---

<sup>101</sup> J. von Neumann *apud* R. Leonard, “From Parlor Games to Social Science: von Neumann and Morgenstern e the Creation of Game Theory 1928-1944”, p.734.

de 1928: “Como é que o absolutamente egoísta homo economicus vai agir sob certas circunstâncias externas?”<sup>103</sup>

Leonard diz que seria um exagero dar a este trabalho de von Neumann qualquer caráter econômico, por ter sido apresentado para uma platéia de matemáticos e seu objetivo era apresentar jogos abstratos como suscetíveis ao tratamento matemático. Por outro lado, é possível ver aqui uma pista de por que von Neumann aceitou a parceria com Oskar Morgenstern, mais de uma década depois, para escrever *TGEB*.

Para Leonard, os trabalho de von Neumann e de Zermello, assim como dos demais, seria parte do esforço de levar a matemática ao limite. Aquela matemática pura e abstrata poderia ser uma ferramenta útil não só para o mundo natural, como na mecânica quântica e estatística, mas também nos estudos da sociedade, onde blefes, previsões e cooperações são características presentes. Para ele, a era de Hilbert foi marcada pela fé no poder de explicação do formalismo matemático.

Para Mirowski, a “fé” de von Neumann na existência de regras impessoais por trás dos fenômenos de interação humana, sem levar em conta o contexto, é um pré-requisito necessário para a idéia da teoria dos jogos. E aqui a teoria dos jogos voltaria a se aproximar da teoria neoclássica, ao reduzir o comportamento humano a alguns aspectos passíveis de formalização.

Mirowski observa que von Neumann fora influenciado também pela tentativa de Zermelo, em 1908, de formalizar a teoria dos conjuntos. Von Neumann conhecia, inclusive, o trabalho de Zermelo em que este apresentou uma prova para um dos primeiros teoremas sobre o jogo de xadrez: pelo teorema, Zermelo demonstrara que tanto as brancas quanto as pretas poderiam forçar uma vitória, ou ambas poderiam forçar pelo menos um empate. Tal influência teria resultado, segundo Mirowski, em um “homeomorfismo estrutural” entre o programa formalista de Hilbert, ao qual Zermelo estava ligado, e a idéia de jogo. Ao contrário de Ulam, para quem von Neumann teria buscado inspiração no trabalho de Borél, Mirowski atribui ao programa formalista a influência principal para a idéia de axiomatização dos jogos. Mas não só a isso, como

---

<sup>102</sup> J. von Neumann apud R. Leonard, “From Parlor Games to Social Science: von Neumann and Morgenstern e the Creation of Game Theory 1928-1944”, p.735.

<sup>103</sup> *Ibid.*, p.735.

também ao surgimento da mecânica quântica, na década de 20, projeto com o qual von Neumann também estava envolvido.

## CAPÍTULO 4

### *Theory of Games and Economic Behavior*

Uma vez definido o cenário (social, econômico e científico) em que os autores estavam inseridos, e tendo apresentado o contexto em que a teoria dos jogos começou a ser desenvolvida, este capítulo vai agora tratar das principais idéias apresentadas por John von Neumann e Oskar Morgenstern, em 1944. Alguns autores dizem que *TGEB* foi o começo da moderna matematização da economia.

Foi só quando John von Neumann conheceu Oskar Morgenstern que a teoria dos jogos passou a ser ferramenta de análise econômica. Como já visto, Morgenstern teve participação ativa ao estimular o colega a desenvolver a idéia sugerida no artigo de 1928.

Em *TGEB*, von Neumann e Morgenstern observam que a idéia é apresentar uma nova proposta de solução dos problemas econômicos, baseada em fundamentos matemáticos, o que, conforme ambos reconhecem, não chegou a ser nenhuma novidade. A matemática já fazia parte da análise econômica daquela época. Mas a diferença estaria justamente na matemática a ser aplicada. Von Neuman e Morgenstern estavam convencidos de que a natureza singular dos problemas econômicos requeria uma matemática nova, diferente daquela usada até então, notadamente a desenvolvida por Walras em suas demonstrações analíticas. Não as equações diferenciais sobre os equilíbrios dos mercados, mas a matemática dos jogos que poderia ser aplicada ao comportamento humano que, para eles, era o aspecto fundamental dos processos econômicos.

Eles começam por deixar claro que não consideravam que existisse, naquele tempo, nenhum “sistema universal” de teoria econômica, e que não viveriam para ver o estabelecimento de algum sistema. E apresentam as razões:

“A razão para isso é simplesmente que a economia está muito longe de ser uma ciência para permitir a construção rapidamente, especialmente em vista do conhecimento muito limitado e da descrição muito imperfeita dos fatos com os quais os economistas estão lidando. Apenas aqueles que falham em apreciar esta

condição estarão dispostos a tentar a construção de sistemas universais. Mesmo em ciências que estão muito mais avançadas do que a economia, como a física, não há até agora um sistema universal disponível.”<sup>104</sup>

Como é possível notar, a física é o paradigma científico usado por von Neumann e Morgenstern. A ela eles recorrem logo no início do livro, na seção sobre os aspectos epistemológicos da economia, no qual abordam o uso do método matemático. Eles usam vários exemplos da física para rebater as alegações mais comuns de que a economia não seria passível de tratamento matemático. E notam que mesmo na física de vez em quando aparece uma teoria tentando estabelecer as bases para um sistema universal. E completam: “[...] Mas em todos os exemplos até hoje este aparecimento não dura mais do que uma década, se tanto. O trabalho diário de pesquisa do físico não está certamente envolvido com tão elevados objetivos, mas, ao contrário, está relacionado com problemas especiais que já estão ‘maduros’.”<sup>105</sup> E comentam que não teria havido “progresso” na física se os esforços estivessem todos voltados para estabelecer os grandes sistemas universais. Os físicos, comentam os autores, trabalham com problemas individuais, “alguns de grande importância prática, outros menos”. Mas reconhecem que movimentos de unificação de alguns campos aparecem de vez em quando, mas estes casos são raros e ocorrem em áreas já bastante exploradas.

Não parece ser o caso da economia; pelo menos não na visão de von Neumann e Morgenstern: “Considerando o fato de que a economia é muito mais difícil, muito menos compreendida e indubitavelmente está em um estágio anterior de sua evolução como ciência do que a física, não se pode claramente esperar mais do que um desenvolvimento do tipo acima descrito também em economia.”<sup>106</sup> Ou seja, o que Von Neumann e Morgenstern argumentam é que a economia precisa de uma teoria em âmbito micro; primeiro, colocar e resolver os “problemas individuais” para só depois partir para a definição de um sistema geral. O problema “maduro” a que eles se

---

<sup>104</sup> J. von Neumann e O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, p. 2.

<sup>105</sup> *Ibid.*, p.2.

<sup>106</sup> *Ibid.*, p.2.

propuseram a resolver em TGEB seria o comportamento racional, com base no conceito de utilidade.

Eles observam, porém, a necessidade de haver vários métodos de análise dos problemas científicos, que podem ser substituídos se outros melhores surgirem. Assim, reconhecem que em alguns campos da economia os trabalhos mais frutíferos podem ser feitos com o método da descrição cuidadosa e paciente dos fatos. Em outros, porém, é possível desenvolver uma teoria de maneira estrita, para as quais a matemática poderia dar grande contribuição. "A Matemática tem sido usada em teoria econômica, talvez até de uma forma exagerada."<sup>107</sup> Isso, avaliam, vai contra o que tem acontecido em várias outras ciências, onde a matemática tem alcançado "grande sucesso", e muitas ciências ficariam muito mal sem o uso da matemática.

Para responder à questão de por que a matemática não repetira na economia o mesmo êxito de outros campos científicos, eles de pronto rechaçam o argumento de que o motivo seria o "elemento humano". Eles consideram um grande erro a alegação, comum entre os críticos da escola matemática, de que a matemática não caberia à análise econômica por causa dos fatores psicológicos envolvidos nos processos econômicos, e também da dificuldade de medição de fatores importantes do processo. Segundo eles: "Quase todas essas objeções têm sido feitas, ou podiam ter sido feitas; muitos séculos atrás em campos onde a matemática é hoje o instrumento chefe de análise."<sup>108</sup>

E recorrem à física novamente. Para eles, a economia, nas primeiras décadas do século XX, não estava em condições inferiores à física no século XVI, ou da química e da biologia, no século XVIII, momentos que antecederam o recurso à matemática por parte dos cientistas dessas áreas. Quanto às dificuldades de medições, eles consideram a teoria do calor como um bom exemplo, de novo, da física:

"Antes do desenvolvimento da teoria matemática, as possibilidades de mensuração quantitativa eram menos favoráveis do que elas são agora em economia. A medição

---

<sup>107</sup> *Ibid.*, p. 3.

<sup>108</sup> *Ibid.*, p.3.

precisa da quantidade e qualidade de calor (energia e temperatura) foram o resultado e não os antecedentes da teoria matemática. Isso precisa ser contrastado com o fato de que a quantidade e a noção exata de preços, dinheiro e taxa de juro já foram desenvolvidas há séculos.”<sup>109</sup>

Os autores estão conscientes das objeções da maioria dos cientistas sociais quanto às comparações com a física. Mas refutam tal objeção considerando que ela se deve à concepção de que a teoria econômica não pode ser modelada tal e qual a física por ser uma ciência social, na qual fenômenos humanos devem ser levados em conta. “Tais afirmações são pelo menos prematuras. É sem dúvida razoável descobrir o que tem levado o progresso em outras ciências e investigar se a aplicação dos mesmos princípios não podem levar ao progresso da economia também.”<sup>110</sup>

A razão para o não sucesso da matemática na teoria econômica, segundo os autores, deve ser procurada em outros lugares. Primeiro, consideravam que os problemas econômicos não estavam formulados claramente; freqüentemente eram colocados em termos vagos, o que tornava o tratamento matemático *a priori* sem muitas esperanças de sucesso. Então, o desafio inicial seria promover um trabalho descritivo para melhor compreender a matéria. Mas, mesmo em campos nos quais os trabalhos descritivos dos fenômenos econômicos alcançaram relativo sucesso, as ferramentas matemáticas, na avaliação dos autores, raramente foram aplicadas da forma como julgavam adequada. Nas palavras deles: “Elas [ferramentas matemáticas] foram inadequadamente usadas, como nas tentativas de determinar um equilíbrio econômico geral meramente contando o número de equações e variáveis, ou levaram à mera tradução da forma literária para os símbolos, sem nenhuma análise matemática subsequente.”<sup>111</sup>

Nessa passagem, a crítica parece estar endereçada aos trabalhos dos principais desenvolvedores da teoria marginalista, principalmente a Walras e seu sistema de equações do equilíbrio geral. E pode-se entender como uma referência também a

---

<sup>109</sup> *Ibid.*, p.3.

<sup>110</sup> *Ibid.*, p.4.

<sup>111</sup> *Ibid.*, p.4.

Cournot, que definira o recurso à matemática apenas para clarear seus argumentos, o que poderia ser interpretado como uma simples tradução da prosa para a linguagem dos símbolos matemáticos. Mas é preciso deixar claro que Von Neumann e Morgenstern não fazem referência a nenhum autor específico. Se a crítica for realmente aos autores neoclássicos, isso afastaria a teoria dos jogos da teoria marginalista. Por outro lado, ela continuaria ligada ao movimento neoclássico por adotar a abordagem utilitarista, ou seja, por concordar que os agentes econômicos agem de forma a maximizar a utilidade. Se a teoria dos jogos é compatível ou não com a teoria neoclássica é uma questão aberta e controversa – não objeto deste trabalho.

Von Neumann e Morgenstern notam que a formação empírica da ciência econômica era, naquele momento do século XX, inadequada. “Nosso conhecimento dos fatos relevantes da economia é incomparavelmente menor do que aqueles da física quando a matematização daquele campo foi alcançada”.<sup>112</sup> Essa afirmação parece contradizer uma outra já citada acima, de que a economia não estaria em condições inferiores à física do século XVI.

Mas o que ambos pretendiam era reforçar a idéia de que era necessário haver um trabalho de resolver um conjunto de problemas particulares para que pudessem, mais tarde, possibilitar a criação de uma teoria geral. É importante, segundo eles, começar pelo estudo daqueles problemas que já foram claramente descritos. O estudo destes problemas, eles reconhecem, pode levar apenas a resultados já conhecidos, mas cujas provas ainda não haviam sido apresentadas. Aqui parece haver uma indicação clara da preocupação dos autores com a axiomatização, não apenas em campos específicos, como a matemática, mas em todas as áreas do conhecimento, inclusive a social. Uma indicação, talvez, da influência do programa de Hilbert na formação de Von Neumann, como já anotado por Leonard.

Para ilustrar a argumentação, recorrem de novo a um exemplo da física:

“De fato, a ruptura decisiva que apareceu na física no século dezessete, especificamente no campo da mecânica, só foi possível por causa dos

---

<sup>112</sup> *Ibid*, p.4.

desenvolvimentos anteriores em astronomia. Foi apoiada em milênios de observação astronômica, científica e sistemática, culminando com um observador sem paralelo do calibre de Tycho Brahe. Nada deste tipo ocorreu com a ciência econômica. Seria absurdo, em física, esperar um Kepler ou um Newton sem Tycho – e não há razão para esperar um desenvolvimento mais fácil em economia.”<sup>113</sup>

Essa passagem revela como von Neumann e Morgenstern entendem o processo de formação do conhecimento científico. Não seria um exagero afirmar que no trecho anterior eles externam uma concepção de progresso da ciência, de que a ciência sempre avança por meio do acúmulo de conhecimento – ainda que façam referência à “ruptura”. Mas a “ruptura”, aqui, parece ser mais no sentido de um avanço ou “progresso” do conhecimento em relação ao estágio anterior.

Mais adiante, outro trecho com exemplos da física também contribui para mostrar o entendimento que os autores têm do processo de formação do conhecimento:

“O grande progresso em cada ciência surge quando, no estudo de problemas modestos em comparação com os fins últimos, são desenvolvidos métodos que poderiam ser estendidos cada vez mais adiante. A queda livre é um fenômeno físico muito trivial, mas foi o estudo desse simples fato e sua comparação com o material astronômico que levou a mecânica adiante.”<sup>114</sup>

Von Neumann e Morgenstern consideravam a importância dos fenômenos sociais, a riqueza e a multiplicidade de suas manifestações e a complexidade de sua estrutura pelo menos iguais aos fenômenos físicos. No entanto, consideravam “improvável” que a mera repetição dos mesmos truques úteis na física fossem servir da mesma forma para os fenômenos sociais. Na avaliação deles: “Por isso, espera-se – ou teme-se – que descobrimentos matemáticos de estatura comparável ao cálculo serão necessários para produzir sucesso decisivo neste campo”.<sup>115</sup>

---

<sup>113</sup> *Ibid.*, p.4.

<sup>114</sup> *Ibid.*, pp. 6-7.

<sup>115</sup> *Ibid.*, p.6.

Mas, entre os fenômenos, consideravam que o que deveria ser tratado de forma imediata era o comportamento das pessoas e as formas mais simples de trocas. E mencionam o papel importante feito neste sentido pelos primeiros economistas marginalistas: “Este ponto de vista foi, na verdade, adotado com notável sucesso pelos fundadores da escola da utilidade marginal, mas, apesar disso, não é geralmente aceita”.<sup>116</sup>

Concluindo a parte sobre a aplicação da matemática na economia, os autores explicam que o livro não segue o caminho da pesquisa empírica, ou seja, do trabalho descritivo, que eles classificam como necessário, mas que seria uma tarefa de vastas proporções. Eles esperavam que a melhoria de técnicas científicas e experiências adquiridas em outros campos poderiam fazer com que o desenvolvimento da economia descritiva não levasse tanto tempo quanto levou a astronomia. Mesmo assim, a tarefa transcenderia um plano de pesquisa individual. Mas em que caminho seguem os autores no livro? A resposta: “Nós devemos tentar utilizar apenas algumas experiências de lugar-comum do comportamento humano que se prestam ao tratamento matemático e que são economicamente importantes.”<sup>117</sup> O que parece ir de encontro ao que foi argumentado anteriormente, já que o trabalho de elaborar uma teoria deveria ser, pelo raciocínio dos autores, um trabalho baseado em uma série significativa de descrições de fenômenos singulares.

Uma vez defendidas as posições a favor do uso matemática em teoria econômica, os autores passam a tratar do “problema do comportamento racional”. Estudar o comportamento dos indivíduos, na visão deles, seria fundamental para entender o mecanismo de funcionamento dos preços e da produção. Concordam que os obstáculos são de fato consideráveis, mesmo se o estudo se restringir ao aspecto estático da economia, em um primeiro momento. O principal seriam os motivos das ações dos indivíduos. Os autores lembram que até então ela tinha sido tradicionalmente tratada da seguinte forma: o consumidor deseja maximizar a sua utilidade ou satisfação e os empresários, os seus lucros. Mas não mencionam que esta interpretação é típica da escola neoclássica.

---

<sup>116</sup> *Ibid.*, p.7.

<sup>117</sup> *Ibid.*, p.5.

Von Neumann e Morgenstern partem do pressuposto de que o objetivo de todo participante do sistema econômico – consumidores e empresários, por exemplo – é obter dinheiro, ou mercadoria equivalente. Segundo eles, as noções de utilidade e de preferência foram tidas durante muito tempo como sendo completamente tautológicas, sem conseqüências que pudessem ser observadas empiricamente. Mas não consideravam que tais noções fossem inferiores a conceitos indispensáveis da física, como força, massa e carga.

Para eles, a questão do comportamento racional ainda não havia sido tratada de forma satisfatória. Por exemplo, havia várias formas de se alcançar uma posição ótima em dada situação, dependendo do conhecimento e discernimento de cada indivíduo. Os autores consideravam que o tema deveria ser tratado, primeiramente, de forma quantitativa, para que os elementos qualitativos aparecessem. Na avaliação deles, às tentativas anteriores de tratar do tema fracassaram principalmente porque não conseguiram desenvolver métodos matemáticos adequados ao problema.

Os autores classificam como “valiosa” a descrição, preliminar, do comportamento dos indivíduos feito pela Escola Austríaca de teoria econômica, citando explicitamente Böhm-Bawerk e suas idéias sobre a troca entre duas ou mais pessoas. Mas eles propõem um novo ângulo a partir do qual pretendem estudar o tema: a perspectiva de um jogo de estratégia.

Em seguida, para demonstrar a pertinência de suas idéias, von Neumann e Morgenstern comparam a chamada “economia de Robinson Crusóé” com uma economia de mercado. Isolado na ilha, o desafio de Crusóé é maximizar a sua satisfação mediante o uso dos recursos de que dispõe na satisfação de suas necessidades e desejos. Matematicamente, os autores observam que se trata de um problema de máximo: sua dificuldade se resume ao número de variáveis e à natureza da função a ser maximizada. Seria mais uma dificuldade prática, segundo os autores, do que propriamente teórica.

Eles notam que a principal crítica ao modelo simplificado do indivíduo isolado, usado como base para a teoria econômica pela Escola Austríaca, é que o indivíduo não está exposto às influências sociais, como publicidade, os costumes e a simples imitação

de outros componentes do grupo social. Mesmo assim, eles questionam se um participante de uma economia social realmente mudaria o seu processo de maximizar suas ações em virtude das influências já citadas. Assim, eles preferem também deixar as considerações sociais fora do estudo.

Mas, para eles, mesmo abstraindo-se as influências sociais sobre as pessoas, o problema de Crusoé é diferente do enfrentado por indivíduo em uma sociedade. Ele tem algumas necessidades e dispõe de alguns produtos para saciá-las; seu desafio é combiná-los de forma a conseguir maximizar a sua própria satisfação. Crusoé controla todas as variáveis das quais depende o resultado final. Porque, em uma sociedade, os indivíduos se relacionam e trocam bens. Mesmo procurando também um resultado ótimo, o resultado para cada um dependerá do resultado dos demais. Isso, na interpretação dos autores, é o que realmente faz a diferença – e não apenas os outros aspectos de relações sociais já mencionados. Nas palavras deles: “Assim, cada participante tenta maximizar a função (seu já mencionado “resultado”) da qual não controla todas as variáveis”.<sup>118</sup> Os participantes não têm o controle de todas as variáveis que afetam os seus interesses.

Tal situação não deveria, segundo os autores, ser abordada com a “matemática clássica”. Esse não seria um problema de máximo – como no caso de Crusoé –, nem de cálculo das variações ou mesmo de análise funcional. Assim, para enfrentar essa maior complexidade de uma economia em um ambiente social, eles apresentam uma nova abordagem: a teoria dos jogos de estratégia.

Pela proposta dos autores, o comportamento de um indivíduo no jogo econômico em um ambiente social é composto por várias variáveis. Cada participante teria o seu próprio “conjunto parcial de variáveis” – o total de participantes formaria o conjunto total. Assim, o número total de variáveis é determinado, primeiro, pelo número de participantes (o número de conjuntos parciais) e, em seguida, pelo número de variáveis em cada um dos conjuntos parciais. Mas, para efeito de cálculos, os autores usam as variáveis de cada conjunto parcial como sendo uma única variável. Já no modelo de Crusoé haveria um único conjunto, o dele próprio.

---

<sup>118</sup> *Ibid.*, p. 11.

Em um jogo, o aumento do número de participantes traz dificuldades. Cada novo participante leva a complicações combinatórias: um jogo de dois participantes é muito diferente de um de três participantes, que é diferente do de quatro, e assim por diante. Ou seja, à medida que aumenta o número de participantes em uma economia social, aumenta também a complexidade do sistema econômico.

Para Von Neumann e Morgenstern, o fato de que cada participante de uma economia social é influenciado pela própria tentativa de antecipar as reações dos seus concorrentes é mais evidente nos problemas clássicos de duopólio e oligopólio. Mas não fazem, aqui, referência alguma à Cournot, que, como já visto, foi o primeiro a estabelecer uma teoria do duopólio. No entanto, quando o número de participantes chega a ser muito grande, a influência de cada participante sobre os demais passa a ser desprezível. Esse é um caso clássico de livre competição. Em um exemplo simplista: em um mercado de telefonia, onde há duas ou três empresas concorrentes, o fato de uma delas sair do mercado, ou uma nova entrar, é muito significativo para as concorrentes; já no mercado de padarias, onde há muitos competidores, o fato de uma única padaria fechar ou uma nova ser aberta não vai ter grande impacto direto para o total das concorrentes. Assim, as dificuldades antes referidas seriam reduzidas a ponto de facilitar a elaboração de uma teoria mais “convencional”, sempre em comparação com alguma teoria física:

“É um fenômeno bem conhecido em muitos campos das ciências exatas e físicas que números muito grandes são mais fáceis de lidar do que aqueles de tamanho médio”. Uma quase exata teoria de um gás, contendo cerca de  $10^{25}$  partículas se movimentando livremente, é incomparavelmente mais fácil do que a do sistema solar, composto de nove corpos principais; e ainda mais do que a de uma estrela múltipla de três ou quatro objetos de tamanho aproximadamente igual. Isso, é claro, é devido à excelente possibilidade de aplicação das leis de estatística e de probabilidade, no primeiro caso”<sup>119</sup>

---

<sup>119</sup> *Ibid.*, p. 14.

Para os autores, uma teoria de dois, três, quatro, etc, corpos ainda não havia sido desenvolvida – o que eles procuraram fazer em TGEB. E justificam:

“Em outras palavras, só depois de uma teoria para um número moderado de participantes ser desenvolvida satisfatoriamente é que será possível decidir se um número extremamente grande de participantes simplificará a situação. (...) Nós compartilhamos a esperança – por causa da já mencionada analogia com outros campos! – que tal simplificação realmente ocorrerá.”<sup>120</sup>

Para desenvolver o seu conceito de utilidade, os autores também recorrem a comparações com a física; dessa vez, com a teoria do calor. Historicamente, a utilidade havia sido considerada passível de medição, como um número. Toda tentativa de medir a utilidade de um bem seria feita a partir de alguma “sensação imediata”. No caso da teoria do calor, ela teria sido baseada na noção intuitiva de que um corpo era mais quente do que outro – ainda que não houvesse meios de expressar quantidades. Mas, mais tarde, as pesquisas mostraram que o calor poderia ser tratado numericamente não de uma, mas de duas formas: a quantidade de calor e a temperatura. A história do desenvolvimento da teoria do calor, asseveram, indica que se deve ter muito cuidado ao fazer certas asserções negativas sobre qualquer conceito. “Mesmo se hoje a utilidade parecer muito não-numérica, a história da experiência da teoria do calor pode se repetir, e ninguém pode prever com que ramificações e variações.”<sup>121</sup> E isso, segundo eles, não deveria desencorajar a busca por explicações teóricas das possibilidades formais de uma utilidade numérica. Pelo contrário. Outros exemplos da variedade de possibilidades formais seriam as teorias da luz, das cores e do comprimento das ondas – todas numéricas, mas de uma maneira completamente diferente. Mas não citam em detalhe as diferenças mencionadas em cada uma das teorias.

Peter Bernstein observa que a diferença entre a teoria da utilidade até então desenvolvida pelos economistas e a teoria apresentada por Von Neumann e

---

<sup>120</sup> *Ibid.*, p. 14.

<sup>121</sup> *Ibid.*, p. 17.

Morgenstern é que, em vez de ter que escolher entre duas possibilidades únicas, a teoria dos jogos coloca a situação na qual o indivíduo terá que escolher entre duas combinações de eventos. Em TGEB, eles dão o exemplo da pessoa que prefere café a chá e chá a leite. O que o indivíduo seguramente preferiria uma xícara de café a um copo com chance de 50-50 de conter chá ou leite. Mas qual seria a resposta se as preferências do indivíduo fossem alteradas: agora ele prefere leite a café ou chá, e café a chá. Bernstein nota que a resposta, agora, é menos óbvia do que a anterior. O resultado incerto, o jogo, contém algo de que a pessoa gosta muito – o leite – e algo que dispensaria – o chá. Bernstein explica: “Variando as probabilidades de encontrar chá ou leite e perguntando em que ponto o homem é indiferente entre o café com certeza e o jogo de 50-50, podemos desenvolver uma estimativa quantitativa – um número preciso – para medir quanto ele prefere o leite ao café e o café ao chá.”<sup>122</sup>

Bernstein comenta que o comportamento das pessoas ao escolher entre algo certo e um jogo pode mudar muito conforme as quantidades envolvidas na escolha. Entre \$1 certo e um jogo onde poderá obter \$2 ou nada, o que uma pessoa escolheria? Se a pessoa se declarar indiferente entre \$1 certo e o jogo, estará demonstrando neutralidade em relação ao risco implícito no jogo. Nas palavras de Bernstein:

“Segundo a fórmula proposta por Von Neumann e Morgenstern, a probabilidade da possibilidade favorita – neste caso, o resultado de \$2 – define quanto a pessoa prefere \$1 a zero comparado com quanto ele prefere \$2 a zero. Aqui, 50% significa que sua preferência por \$1 em relação a zero é metade de sua preferência por \$2 em relação a zero. Sob essas circunstâncias, a utilidade de \$2 é o dobro da utilidade de \$1.”<sup>123</sup>

A situação muda se os valores em jogo forem substancialmente aumentados. Bernstein altera os dados do exemplo anterior. Um homem é indiferente entre \$100 certos e um jogo com 67% de probabilidade de pagar \$200 e 33% de resultar em zero – com a expectativa matemática sendo de \$133. A preferência do homem pelo resultado

---

<sup>122</sup> P. Bernstein, *Desafio aos Deuses: A Fascinante História do Risco*, p. 238.

<sup>123</sup> *Ibid.*, p. 239.

certo agora é maior do que no exemplo anterior, quando estava em jogo uma quantia muito pequena. E os 67% de probabilidade de ganhar \$200 significam que a sua preferência por \$100 em relação a zero é de dois terços de sua preferência por \$200 em relação a zero. Bernstein explica: “a utilidade dos primeiros \$100 é maior do que a utilidade dos segundos \$100. A utilidade da quantia maior diminui à medida que a quantidade de dinheiro em risco aumenta de um dígito para três dígitos”.<sup>124</sup> Ele nota a semelhança entre essa idéia e o princípio de Daniel Bernoulli de que a utilidade dos aumentos de riqueza é inversamente proporcional à quantidade de riqueza já possuída.

Para Bernstein: “a teoria dos jogos representa um rompimento drástico com os esforços anteriores de incorporar a inevitabilidade matemática à tomada de decisões”. Ele destaca que na teoria de Daniel Bernoulli e de Jevons o indivíduo toma decisões isoladamente, ignorando o que as outras pessoas estão fazendo. Já na teoria dos jogos as pessoas tentam maximizar sua utilidade de forma simultânea levando em conta as possíveis decisões dos demais. Ou seja, a fonte da incerteza estaria justamente no que os demais participantes do jogo econômico fariam.

#### **4.1. A filosofia da teoria dos jogos**

Robert Leonard e Philip Mirowski são dois estudiosos da teoria dos jogos que em seus trabalhos também procuraram estudar as motivações e as idéias que estavam por trás de tal teoria. Leonard analisa a filosofia de von Neumann a partir do conceito de “relação de domínio” sobre a qual está baseada a teoria dos jogos para n-pessoas. Segundo os próprios autores de TGEB:

“Agora a noção de dominação com a qual nós contamos é não transitiva. E em nossa descrição desse conceito, indicamos que  $x$  domina um outro resultado  $y$  quando existe um grupo de participantes em que cada um dos quais prefere sua situação

---

<sup>124</sup> *Ibid.*, p. 239.

individual em  $x$  àquela em  $y$ , e que estão convencidos de que são capazes, como grupo – isto é, como uma aliança – de forçar suas preferências.”<sup>125</sup>

Leonard lembra que a solução, então, para jogos de  $n$ -pessoas seria um conjunto  $S$  com as seguintes características: Nenhum  $y$  contido em  $S$  é dominado por um  $x$  contido em  $S$ ; e todo  $y$  não contido em  $S$  é dominado por algum  $x$  contido em  $S$ ; sendo  $x$  e  $y$  resultados. Leonard explica que a solução não é um único resultado, mas um conjunto deles – cada conjunto sendo estável, já que nenhum dos resultados individuais de seus membros pode dominar um outro do mesmo conjunto, e todos os resultados de fora do conjunto são dominados por pelo menos um resultado de dentro do conjunto. Transportando isso para os fenômenos sociais, Leonard diz que a noção de solução para von Neumann e Morgenstern pode ser relacionada com um padrão de comportamento, ou seja, um conjunto particular de regras, costumes ou instituições que governam a organização social.

Para Leonard, o modelo de interação social proposto por von Neumann e Morgenstern é uma ruptura tanto com a teoria econômica neoclássica – principalmente com as idéias de John Richard Hicks (1904-1989) e de Paul Samuelson – quanto com a economia centralmente planejada, então implantada pelo modelo comunista na União Soviética. A diferença, segundo Leonard, estaria exatamente no grande espaço para o indeterminismo.

Além disso, von Neumann rejeitava as metáforas de Hicks e de Samuelson com a mecânica clássica e a assunção de que a matemática estava baseada no cálculo diferencial. Eles defendiam, como já dito, métodos diferentes para as ciências sociais:

“Nossa análise estática necessitava da criação de um mecanismo conceitual e formal muito diferente de qualquer coisa já usada, por exemplo, em física matemática. Assim, a visão convencional de uma solução como um único número definido ou um agregado de números era muito limitada para os nossos propósitos, apesar do sucesso em outros campos. A ênfase nos métodos matemáticos parece ter sido deslocada mais para a combinatória e teoria dos conjuntos – e para longe de algoritmos de equações diferenciais que domina a física matemática.”<sup>126</sup>

---

<sup>125</sup> J. von Neumann e O. Morgenstern, *op. cit.*, p.38.

<sup>126</sup> *Ibid.*, p.45.

Segundo Leonard, a rejeição dos padrões da física clássica pode estar relacionada ao envolvimento de von Neumann com a física quântica, projeto no qual esteve envolvido durante boa parte da década de 1920. Em *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, von Neumann elaborou uma fundamentação matemática para o indeterminismo quântico. Nas palavras de Leonard:

"Não causaria surpresa que ele [von Neumann] tivesse julgado a mecânica social causal da neoclassicismo como matematicamente e filosoficamente antiquada. Em teoria dos jogos, assim como na física recente, toda correspondência um-a-um entre a teoria e o mundo tinha sido abandonada: no espírito da matemática Hilbertiana, a teoria guardava apenas um relação abstrata com a 'realidade' social."<sup>127</sup>

A tendência à abstração era comum naquela época e a propósito disso o matemático Hermann Weyl e colega de von Neumann escreveu, em 1949:

"Talvez a mais relevante característica filosófica da ciência moderna seja a emergência de estruturas simbólicas abstratas como o núcleo da objetividade por trás ... do conto colorido da subjetiva mente do contador de histórias. [...] É satisfatório que esta parte da matemática simbólica ... explique alguns dos fenômenos mais fundamentais na natureza orgânica e inorgânica. O mesmo ponto de vista estrutural governará nosso juízo sobre os fundamentos da mecânica quântica. [...] Em um campo muito diferente, a tentativa de J. von Neumann e de O. Morgenstern de assentar a economia em uma teoria dos jogos é característica desta mesma tendência."<sup>128</sup>

Diante disso, Leonard considera que a teoria dos jogos se tornou mais do que simplesmente uma resposta ao desejo de Morgenstern de encontrar uma teoria dinâmica da decisão econômica que fosse interdependente. Para Leonard:

"Ela se tornou parte de uma mudança geral na ciência que envolveu, falando amplamente, o abandono do determinismo, da continuidade, do cálculo e da

---

<sup>127</sup> R. Leonard, "From Parlor Games to Social Science: von Neumann, Morgenstern, and the Creation of Game Theory 1928-1944", p. 755.

<sup>128</sup> H. Weyl *apud* R. Leonard, "From Parlor Games to Social Science: von Neumann, Morgenstern, and the Creation of Game Theory 1928-1944", p. 756.

metáfora da 'máquina' para permitir o indeterminismo, a probabilidade e a descontinuidade das mudanças de estado. A linguagem mecânica do cálculo capitulou diante do que Weyl chamou de 'Ars Combinatoria', o uso da teoria dos conjuntos, a simples exploração da *estrutura*."<sup>129</sup>

A década de 1940 ainda estava sob a influência das idéias de John Maynard Keynes, expostas em *A Teoria Geral do Emprego, do Juro e da Moeda*, de 1936, às quais os Estados Unidos recorreram para tentar sair da crise em que se afundaram, depois de 1929. Grosso modo, Keynes tentara demolir os pilares da teoria econômica neoclássica e seus pressupostos, principalmente o de que os mercados tendem, necessariamente, ao equilíbrio.

Para autores como Sylvia Nasar, *The Theory of Games and Economic Behavior* foi, de todos os pontos de vista, um livro revolucionário.<sup>130</sup> Segundo ela, Morgenstern o considerara um "ataque arrasador" contra o paradigma predominante e a perspectiva olímpica keynesiana, segundo a qual incentivos individuais e o comportamento individual eram freqüentemente agrupados, assim como uma tentativa de ancorar a teoria na psicologia individual. Paul Strathern diz que Morgenstern teria chamado Keynes de charlatão científico,<sup>131</sup> - o que é confirmado por Robert Leonard.<sup>132</sup>

William Poundstone observa que a Teoria dos Jogos de von Neumann apenas tangencia a noção comum de jogo. Como mostra o trecho a seguir, relatado por Jacob Bronowski, em *The Ascent of Man* (ele trabalhou com von Neumann durante a Segunda Guerra Mundial):

"[...] Eu naturalmente disse a ele, já que sou um entusiasta jogador de xadrez, 'você quer dizer, a teoria dos jogos como xadrez'. 'Não, não', ele disse. 'Xadrez não é um jogo. Xadrez é uma forma bem definida de computação. Você pode não ser capaz de calcular as respostas, mas, em teoria, deve haver uma solução, um procedimento correto em cada posição. Agora, jogos reais', ele disse, 'não são como este, mesmo.

---

<sup>129</sup> R. Leonard, "From Parlor Games to Social Science: von Neumann, Morgenstern, and the Creation of Game Theory 1928-1944", p. 756.

<sup>130</sup> S. Nasar, *Uma Mente Brillhante*, p. 104.

<sup>131</sup> P. Strathern, *Uma Breve História da Economia*, p. 242.

<sup>132</sup> R. Leonard, "From Parlor Games to Social Science: von Neumann, Morgenstern, and the Creation of Game Theory 1928-1944", p. 730.

A vida real não é assim. A vida real consiste de blefar, de pequenas táticas de burlar, de se perguntar o que outras pessoas vão pensar que eu pretendo fazer. E isso é o que são os jogos na minha teoria.”<sup>133</sup>

Para Poundstone, o grande insight de von Neumann foi ter relacionado coisas que, aparentemente, não tinham relação – como relacionar a lógica dos jogos de azar com os conflitos existentes na vida cotidiana e na guerra, passando pela economia e política. “Muitos avanços na ciência surgem quando uma pessoa de percepção reconhece elementos comuns em contextos aparentemente sem relação.”<sup>134</sup>

Segundo Poundstone, von Neumann e Morgenstern apresentaram a teoria dos jogos como sendo a fundação matemática para a economia. Sendo assim, teriam desdenhado os feitos dos marginalistas que os precederam. Os conflitos econômicos poderiam ser analisados como jogos, que estariam sujeitos à formulação de teoremas. E a pedra fundamental da teoria dos jogos seria o teorema minimax. Von Neumann achava que a teoria poderia ser desenvolvida até alcançar outros tipos de jogos, como aqueles com mais de dois jogadores e os jogos nos quais os adversários tivessem alguns interesses em comum. Assim, a teoria dos jogos poderia englobar todos os tipos de relações humanas.

## 4.2. A repercussão de TGEB

Logo no começo, a teoria dos jogos foi saudada como um importante novo campo do conhecimento. Um exemplo disso pode ser a crítica publicada em *American Mathematical Society Bulletin*: “A posteridade pode considerar este livro como um dos maiores feitos científicos da primeira metade do século XX. Este será sem dúvida o caso se os autores tiverem sucesso em estabelecer uma nova ciência exata – a ciência da economia.”

---

<sup>133</sup> J. Bronowski *apud* W. Poundstone, *Prisoner's Dilemma*, p. 6.

<sup>134</sup> W. Poundstone, *op.cit.* p. 6.

Mas a recepção positiva estava mais no público leigo do que na própria comunidade acadêmica. Tanto nos departamentos de economia quanto nos de matemática, a teoria dos jogos era considerada algo menor. Mais tarde, o economista Paul Samuelson não poupou críticas:

“John von Neumann e Oskar Morgenstern tinham qualidades complementares que levaram a um frutífero produto cooperativo. [...] Mas, é preciso dizer de uma maneira contida, havia alguma coisa em suas respectivas personalidades científicas que levaram à repercussão de pequenas falhas – alguma tendência para o nihilismo combinado com uma invocação napoleônica. Schumpeter ficou contente com a afirmação de von Neumann de que a economia necessitaria de uma nova matemática diferente da matemática desenvolvida pelos físicos depois de Newton. [...] Contudo, exceto pelas complicações filosóficas introduzidas pelos jogos envolvendo mais de uma pessoa, honestamente não percebo nenhuma renovação básica nesta assim chamada matemática não-física”.<sup>135</sup>

No artigo “What Were von Neumann and Morgenstern Trying to Accomplish?”, Philip Mirowski diz que *TGEB* sempre foi mais citado com admiração do que propriamente lido. Para ele, durante muito tempo, a obra não teve projeção, dado que sua posição nos departamentos de economia e de matemática era “não clara”. Isso só mudou quando a teoria extrapolou os limites da economia e da matemática e passou a ser aceita como ferramenta que poderia ser usada em campos tão díspares quanto biologia evolucionária e ciência política, além de ser vista como a *nouvelle vague* da teoria microeconômica neoclássica.<sup>136</sup> Posição, aliás, diferente da de Leonard, para quem, como vimos, a teoria dos jogos fora uma ruptura com o paradigma neoclássico.

Mirowski observa que uma certa hostilidade em relação à teoria dos jogos retardou o seu desenvolvimento dentro da ciência econômica logo nos primeiros anos nas universidades, ficando confinada aos departamentos militares de inteligência e estratégia americanos. Ele conta que von Neumann estava muito ocupado com o

---

<sup>135</sup> P. Samuelson *apud* P. Mirowski, “What were von Neumann and Morgenstern Trying to Accomplish”, p. 116.

<sup>136</sup> P. Mirowski, “What were von Neumann and Morgenstern Trying to Accomplish?”, *Toward a History of Game Theory*, p. 113.

desenvolvimento da bomba atômica e com os estudos dos primeiros computadores para dar continuidade às idéias lançadas em *TGEB*. E o papel de Morgenstern parecia *terra incognita*.

Salvatore Rizzello comenta que um dos objetivos do livro seria formular em termos mais realistas a “heróica suposição” da teoria walrasiana. Para ele, o modelo de utilidade esperada tem trazido vantagens para a análise econômica das tomadas de decisão pelos indivíduos.

Mas Peter Bernstein tem interpretação diferente:

“Apesar de seus precursores no século XIX, a teoria dos jogos representa um rompimento drástico com os esforços anteriores de incorporar a inevitabilidade matemática à tomada de decisões. Nas teorias da utilidade de Daniel Bernoulli e Jevons, o indivíduo opta isoladamente, ignorando o que os outros possam estar fazendo. Já na teoria dos jogos, duas ou mais pessoas tentam maximizar sua utilidade simultaneamente, cada uma consciente do que as outras estão fazendo. A teoria dos jogos traz um novo sentido à incerteza. As teorias anteriores aceitavam a incerteza como um fato consumado e pouco faziam para identificar sua fonte. A teoria dos jogos afirma que *a verdadeira fonte da incerteza reside nas intenções dos outros*”.<sup>137</sup>

Ao longo das últimas décadas, a teoria dos jogos ganhou adeptos e alcançou status de importante teoria no campo econômico. Como bem observa Robert Leonard: “Depois de décadas de hesitação, a Teoria dos Jogos mantém agora um papel central na teoria econômica.”<sup>138</sup> Leonard lembra também que, durante muito tempo, só alguns pontos da teoria dos jogos, como o equilíbrio de Nash, eram tratados nos livros de economia, ainda assim, em seções muito curtas, quase sempre sob a rubrica “outros tópicos”.

Mirowski sustenta que, nos trabalhos sobre medição quântica, von Neumann “foi forçado” a assumir que o ato de medir era instantâneo, impedindo, assim, um

---

<sup>137</sup> P. Bernstein, *op. cit.*, pp. 231-32.

<sup>138</sup> R. Leonard, “Creating a Context for Game Theory”, in *Toward a History of Game Theory*, p.29.

tratamento dinâmico à teoria quântica. Algo semelhante teria também acontecido na sua teoria dos jogos, na qual, ainda segundo Mirowski, a falta de habilidade de von Neumann de não permitir a existência de duas formas diferentes de racionalidade teria limitado seriamente a sua aplicação.

Ou seja, a crítica de Mirowski parece ser a de que von Neumann, nos trabalhos relativos a duas áreas distintas, manteve os mesmos procedimentos metodológicos, que derivariam de sua concepção sobre como as coisas são formadas ou como funcionam, seja nas ciências naturais ou sociais. Nas palavras de Mirowski: "Assim, a teoria dos jogos se torna mais um exemplo de como as concepções das ciências naturais se sobrepõem às definições das ciências sociais."<sup>139</sup>

A Teoria dos Jogos ganhou as telas dos cinemas, no final de 2001 e início de 2002, no filme de Ron Howard *Uma Mente Brilhante*, baseado no livro de mesmo nome da jornalista e economista alemã, radicada nos Estados Unidos, Sylvia Nasar. O filme conta a história do matemático norte-americano John Forbes Nash Jr., um dos agraciados com o Prêmio Nobel de economia, em 1994, juntamente com Reinhard Selten e John Harsanyi, por suas contribuições à Teoria dos Jogos. Apela, basicamente, ao drama vivido por Nash por causa da esquizofrenia que o vitimou a partir dos 31 anos. A Teoria dos Jogos aparece muito discretamente, bem ao contrário do livro em que foi baseado. O reconhecimento veio 43 anos depois da publicação do terceiro e último artigo de Nash sobre Teoria dos Jogos, em 1951.

Nash, Harsanyi e Selten deram contribuições importantes para expandir a aplicação da Teoria dos Jogos a um maior número de situações do que aquelas em que tudo o que um jogador ganha, o outro perde. Nash desenvolveu o conceito de equilíbrio para jogos de soma não-zero. O *equilíbrio de Nash* se dá quando cada jogador adota a estratégia que é a melhor resposta às estratégias dos demais. É a alternativa na qual, dadas as possibilidades de jogo dos adversários, cada jogador não teria resultado melhor mudando de jogada.

Harsanyi tratou das situações em que há informação assimétrica, ou seja, aquelas nas quais alguns jogadores dispõem de informação privilegiada em relação a algum elemento importante do jogo. Ele demonstrou que o equilíbrio de Nash poderia

ser estendido para as situações de informação assimétrica. Antes de Harsanyi, os economistas não dispunham de ferramentas adequadas para tratar de situações nas quais a assimetria de informações entre os competidores provocava incerteza.

Selten refinou a noção de equilíbrio estendendo-a para o equilíbrio perfeito em subjogos. Uma estratégia, para ser tida como de equilíbrio perfeito em subjogos, precisa ser ótima considerando-se todos os possíveis desdobramentos do jogo. Isso resulta num conceito mais restritivo de equilíbrio do que o proposto por Nash. Foi importante porque em jogos que envolvem compromissos e ameaças, permitiu discriminar quais compromissos e ameaças eram plausíveis e quais não eram.

---

<sup>139</sup> P. Mirowski, "What were von Neumann and Morgenstern Trying to Accomplish", p. 121.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Do que se viu até aqui, principalmente a avaliação de especialistas em teoria dos jogos, como Leonard, Rellstab e Mirowski, a teoria dos jogos pode ser tomada como a continuidade do programa formalista de Hilbert, ao qual von Neumann esteve vinculado durante muito tempo.

A física é recorrentemente usada como padrão de comparação de uma “ciência bem-sucedida”, o que requereria rigorosa axiomatização. Há evidências de que von Neumann e Morgenstern pretendiam aplicar à economia – uma ciência social – os pressupostos epistemológicos até então utilizados pela física da primeira metade do século XX, mais especificamente a da física quântica. Assim, pode-se dizer que ambos cerram fileiras junto com os que defendiam a transposição dos métodos das ciências ditas “exatas” (ou duras) para as ciências sociais, por meio da axiomatização e formulação de teoremas sobre o comportamento das pessoas, a partir do pressuposto de que elas tomam decisões de forma racional.

Em algumas passagens de TGEB eles deixam isso muito claro. Por exemplo, quando observam que o problema econômico estaria mal posto. Em vez de um grande sistema que desse conta de toda a complexidade das relações econômicas, a teoria econômica deveria, primeiro, preocupar-se em apresentar conhecimento mais específico, mais restrito, como fazem os físicos. Segundo os autores, o dia-a-dia dos cientistas é composto de trabalho árduo para resolver questões muito específicas, não se preocupando, em um primeiro momento, em elaborar um sistema completo sobre o campo em que atuam.

Reparar a falta deste conhecimento mais específico – sobre o qual um dia poderia erigir um sistema complexo – seria o principal desafio dos economistas, na visão de ambos. Do que se pode depreender que, em vez de uma resposta ampla, em nível macro, von Neumann e Morgenstern estavam propondo respostas no nível micro, como faziam os cientistas daquela época, muitos deles, inclusive, colegas de ambos no Instituto de Estudos Avançados de Princeton.

Isso poderia ser encarado como uma crítica aos economistas que haviam apresentado suas grandes teorias acerca da lógica e do funcionamento da economia

capitalista? Ainda que não haja sequer uma menção a Keynes e a Walras em TGEB, a resposta a essa pergunta pode ser positiva.

Isso permite classificar a teoria dos jogos como um fragmento – e mesmo continuação – da teoria neoclássica estabelecida no final do século XIX? A resposta a esta pergunta não é óbvia. É claro que, atualmente, a teoria ocupa as páginas dos livros de microeconomia como tendo sido incorporada pela doutrina neoclássica contemporânea, mas Philip Mirowski aventa a “possibilidade” de a teoria dos jogos não ter pretendido ser apenas um complemento do programa de pesquisa neoclássico.<sup>140</sup> Assim como Bernstein afirma categoricamente que se tratou de um “rompimento drástico” em relação à teoria neoclássica. Mas esse é um debate ainda não resolvido que permanece aberto às discussões e, por ora, foge do escopo do presente trabalho.

---

<sup>140</sup> P. Mirowski, “What Were von Neumann and Morgenstern Trying to Accomplish?”, in *Toward a History of Game Theory*, p. 114.

## BIBLIOGRAFIA

- ALFONSO-GOLDFARB, A.M. *O Que é História da Ciência*. São Paulo, Editora Brasiliense, 2001.
- BENTHAM, J. *An Introduction to the Principles of Morals and Legislation*. <http://socserv2.socsci.mcmaster.ca/~econ/ugcm/3ll3/>, jan-março, 2005.
- BERNSTEIN, P.L. *Desafio aos Deuses: a Fascinante História do Risco*. Trad. Ivo Korytowski. Rio de Janeiro, Campus, 1997.
- BOYER, C.B. *História da Matemática*. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo, Edgar Blücher Ltda., 1999.
- CHALMERS, A.F. *O Que É Ciência Afinal?* Trad. Raul Fiker. São Paulo, Brasiliense, 2000.
- CHANCELLOR, E. *Salve-se Quem Puder – Uma História da Especulação Financeira*. Trad. Laura Teixeira Mota. São Paulo, Companhia das Letras, 2001.
- CRAMÉR, H. *Elementos da Teoria da Probabilidade e Algumas de Suas Aplicações*. Trad. Luiz Aparecido Caruso. São Paulo, Mestre Jou, 1955.
- DAVIS, M.D. *Teoria dos Jogos, Uma Introdução não-Técnica*. Trad. Leônidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota. São Paulo, Cultrix, 1973.
- LANGE, O. “The Scope and Method of Economics”, in *Readings in the Philosophy of Science*. Nova York, Appleton-Century-Crofts, 1953.
- FIANI, R. *Teoria dos Jogos: para Cursos de Administração e Economia*. Rio de Janeiro, Elsevier, 2004.
- HOBSBAWM, E. *Era dos Extremos: o Breve Século XX – 1914-1991*. Trad. Marcos Santarrita. São Paulo, Companhia das Letras, 1995.
- HOWARD, E. *Introdução à História da Matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, Editora da Unicamp, 1995.
- HUNT, E. K. *História do Pensamento Econômico*. Trad. José Ricardo Brandão Azevedo. Rio de Janeiro, Campus, 1981.
- JEVONS, W. S. *A Teoria da Economia Política*. Trad. Cláudia Laversvelier de Moraes. São Paulo, Editora Nova Cultural, 1996.
- KEYNES, J. M. *A Teoria Geral do Emprego, do Juro e da Moeda*. Trad. Mário R. da Cruz. São Paulo, Editora Nova Cultural, 1996.
- KUHN, H. W. *Classics in Game Theory*. Princeton, Princeton University Press, 1997.

- KUHN, T. S. *A Estrutura das Revoluções Científicas*. Trad. 4ª ed. Beatriz Viana Boeira e Nelson Boeira. São Paulo, Editora Perspectiva, 1996.
- MIROWSKI, P. "Physics and Marginalist Revolution", in *Cambridge Journal of Economics*, v.8, pp. 361-79. Cambridge, 1984.
- NASAR, S. *Uma Mente Brilhante*. Trad. Sergio Moraes Rego. Rio de Janeiro, Record, 2002.
- von NEUMANN, J. e O. MORGENSTERN. *Theory of Games and Economic Behavior*. 3ª ed. Princeton University Press, Princeton, 1953.
- POPPER, K. *A Lógica da Pesquisa Científica*. Leônidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota. São Paulo, Cultrix, 1972.
- RIZZELLO, S. "Mind and Choice in Economics". Working paper 06/2002. Disponível em [http://www.cesmep.unito.it/WP/6\\_WP\\_Cesmep.pdf](http://www.cesmep.unito.it/WP/6_WP_Cesmep.pdf). Acessado em 14 de agosto de 2004.
- SANDRONI, P. *Dicionário de Economia e Administração*. São Paulo, Nova Cultural, 1996.
- SHUBIK, M. *Teoría de Juegos en las Ciencias Sociales*. Trad. Catalina Dominguez Reyes. Cambridge, MIT Press, 1996.
- SIMONSEN, M.H. *Ensaio Analítico*. Rio de Janeiro, 1994, Editora da Fundação Getúlio Vargas.
- STRATHERN, P. *Uma Breve História da Economia*. Trad. Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro, Jorge Zahar Editor, 2003.
- VARIAN, H. R. *Microeconomia*. Trad. [da 6ª edição original] de Maria José Cyhlar Monteiro. Rio de Janeiro, Campus, 2003.
- WALRAS, L. *Compêndio dos Elementos de Economia Política Pura*. Trad. de João Guilherme Vargas Netto. São Paulo, Nova Cultural, 1996.
- WEINTRAUB, E.R. *How Economics Became a Mathematical Science*. Durham e Londres, Duke University Press, 2002.
- \_\_\_\_\_, E. R. *Toward a History of Game Theory*. Durham e London, Duke University Press, 1992.